Simulación de Sistemas de Energía Eléctrica
Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República Oriental del Uruguay.
Ing. Ruben Chaer. <rchaer@simsee.org>
Marzo 2024
Montevideo - Uruguay

SimSEE

Optimización de la Operación.

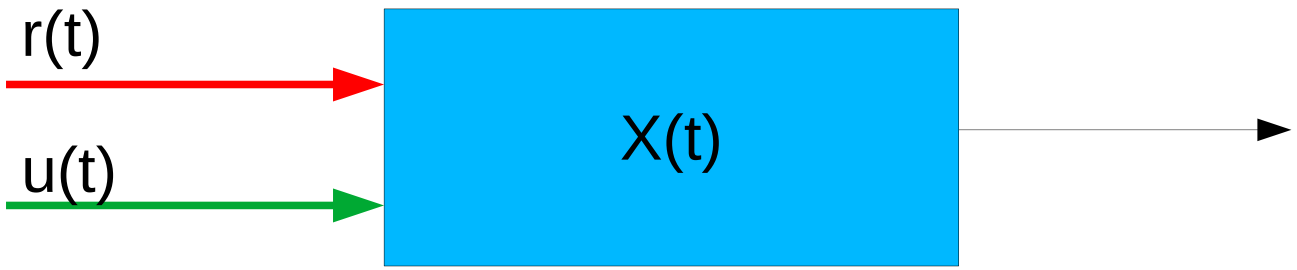
El Jardín de las Delicias. EL BOSCO 1450-1516

Estado de un Sistema Dinámico

- X = Vector de información que capta todo lo relevante del pasado para calcular el futuro si se conocen las entradas de aquí en mas.

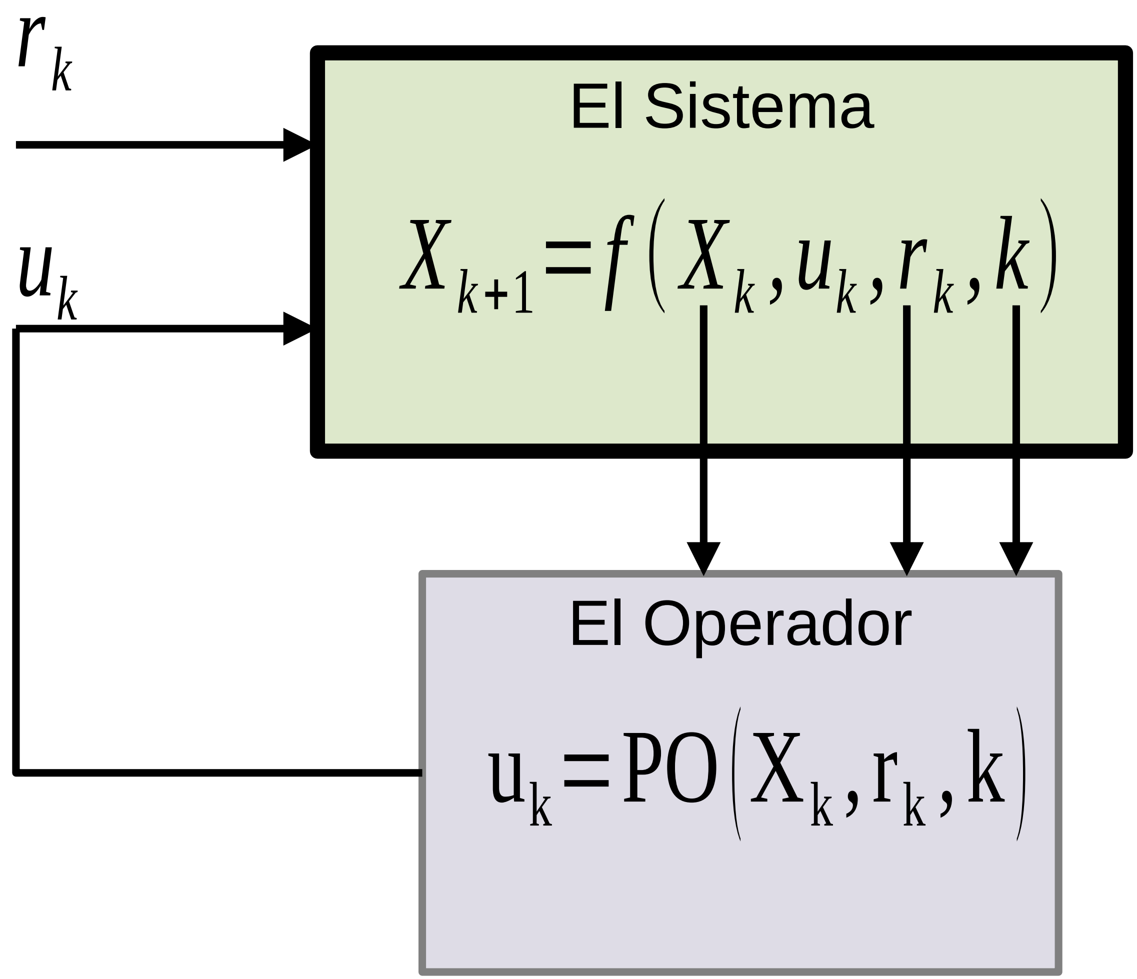
$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Entradas de Control y Entradas No Controlables



- r(t) : Entradas que no podemos controlar. Por ej.: Lluvias.
- u(t) : Entradas sobre las que podemos actuar para guiar el sistema por donde nos convenga (entradas de control). Por ej.: Potencia despachada en cada generador.

El Operador y su Política de Operación



Valor de un recurso almacenable

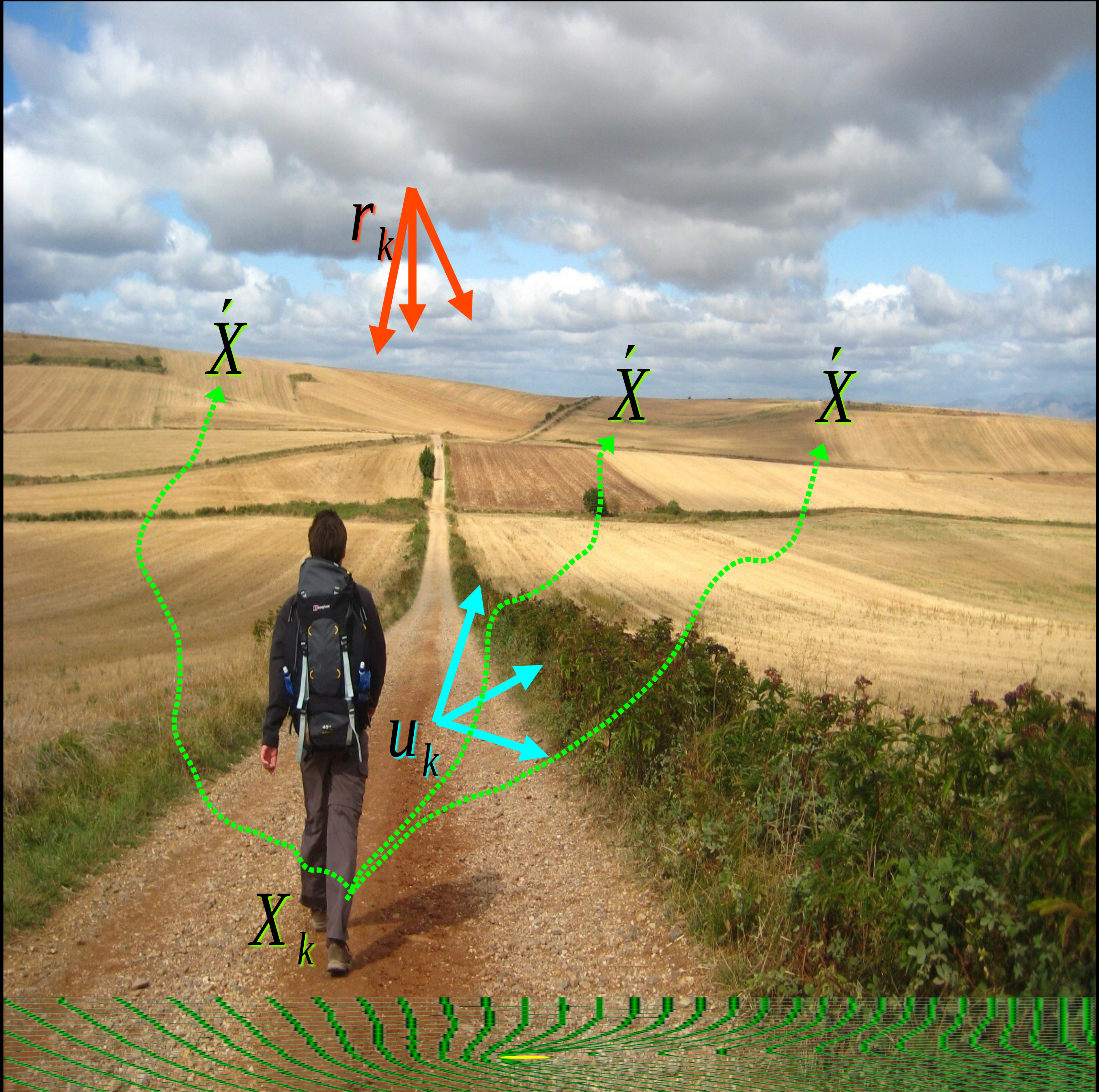
Comparación entre costo del presente y costo del futuro.

De no haber restricciones para el traslado en el tiempo, el costo marginal sería el mismo en todas las horas del futuro.

INCERTIDUMBRE DEL FUTURO.

MODELOS ESTOCASTICOS

PRONOSTICOS



r_k
$\acute{X}$
$\acute{X}$
$\acute{X}$
u_k
X_k

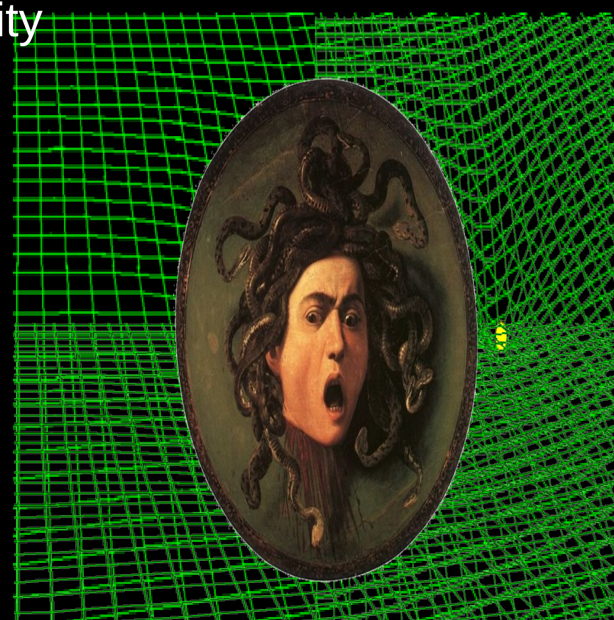
Richard Ernest Bellman (1920–1984)

- *Dynamic Programming 1957*

Bellman recursion

$$CF(X,k)=\left\langle \underset{u_k}{\text{mín}}\left\{ sc(X,u_k,r_k,k)+q\,FC(X_{k+1},k+1)\right\}\right\rangle_{\{r_k,r_k+1,\ldots\}}$$

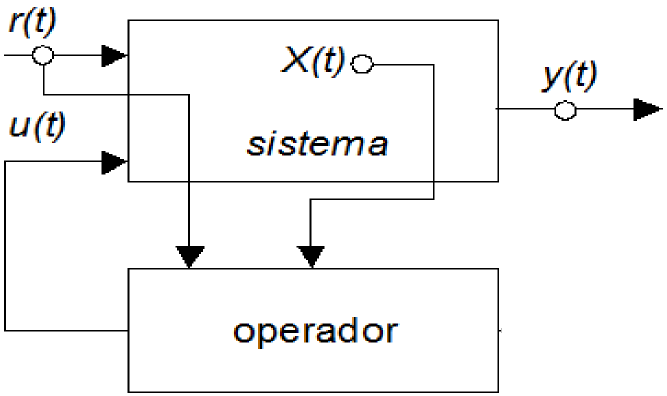
Bellman's Curse of Dimensionality



·*Entradas no-controlables r(t)*

- Determinísticas y/o Aleatorias.
- SIN ESTADO. Si son procesos aleatorios con memoria, debemos identificarlos y representar su estado como parte del Estado del Sistema.

Sistema Dinámico, Operador y Política de Operación.



$$ce_k = ce(x_k, u_k, r_k, k)$$

Costo de etapa

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, r_k, k)$$

Restricción dinámica

$$u_k = p(x_k, r_k, k)$$

Política de operación

·*Estado y Poste Horario*

- Los Postes son un desorden del tiempo.
- Carece de sentido hablar de estado por POSTE HORARIO.
- El Estado será siempre por Paso de Tiempo y nunca por Poste.

Entradas

$$U_k=\left\{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\right\}$$

$$R_k=\left\{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\right\}$$

Una realización de las entradas.

Costo Futuro y Costo de Etapa

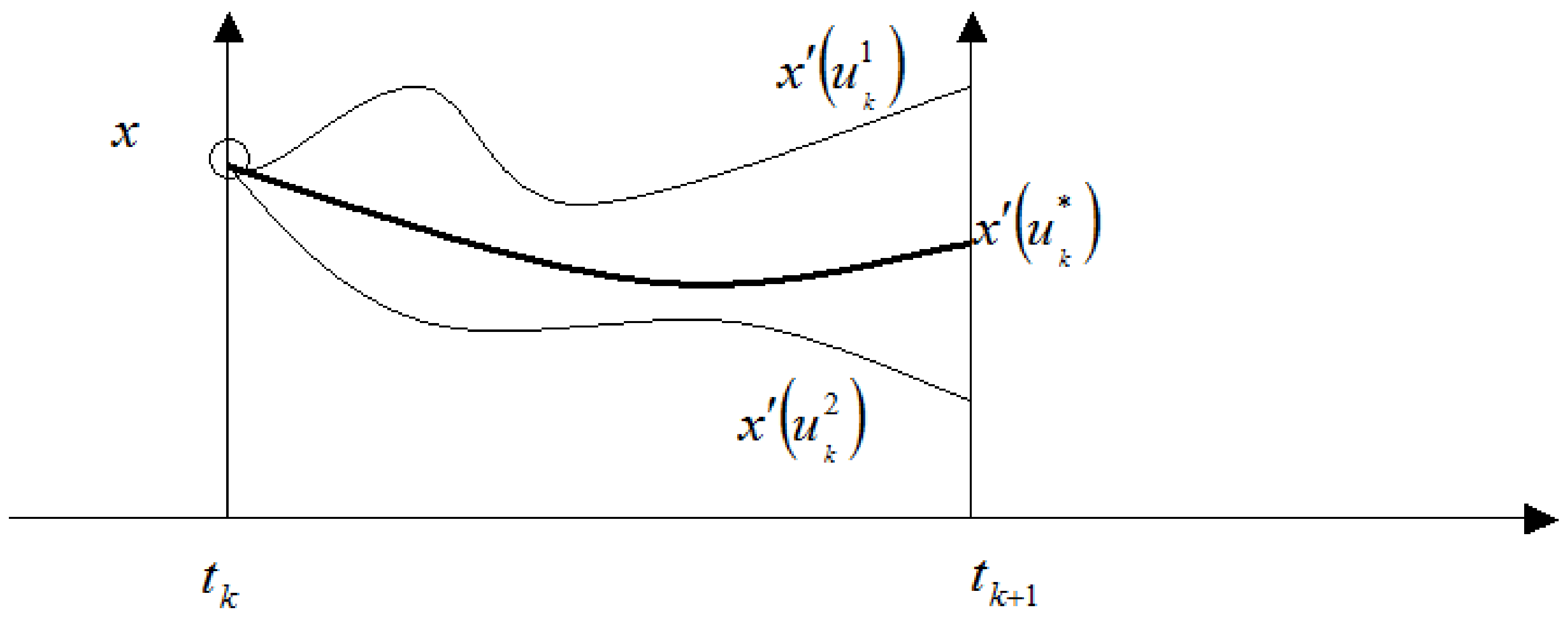
$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = \sum_{j=k}^{\infty} ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

Recursión de Bellman

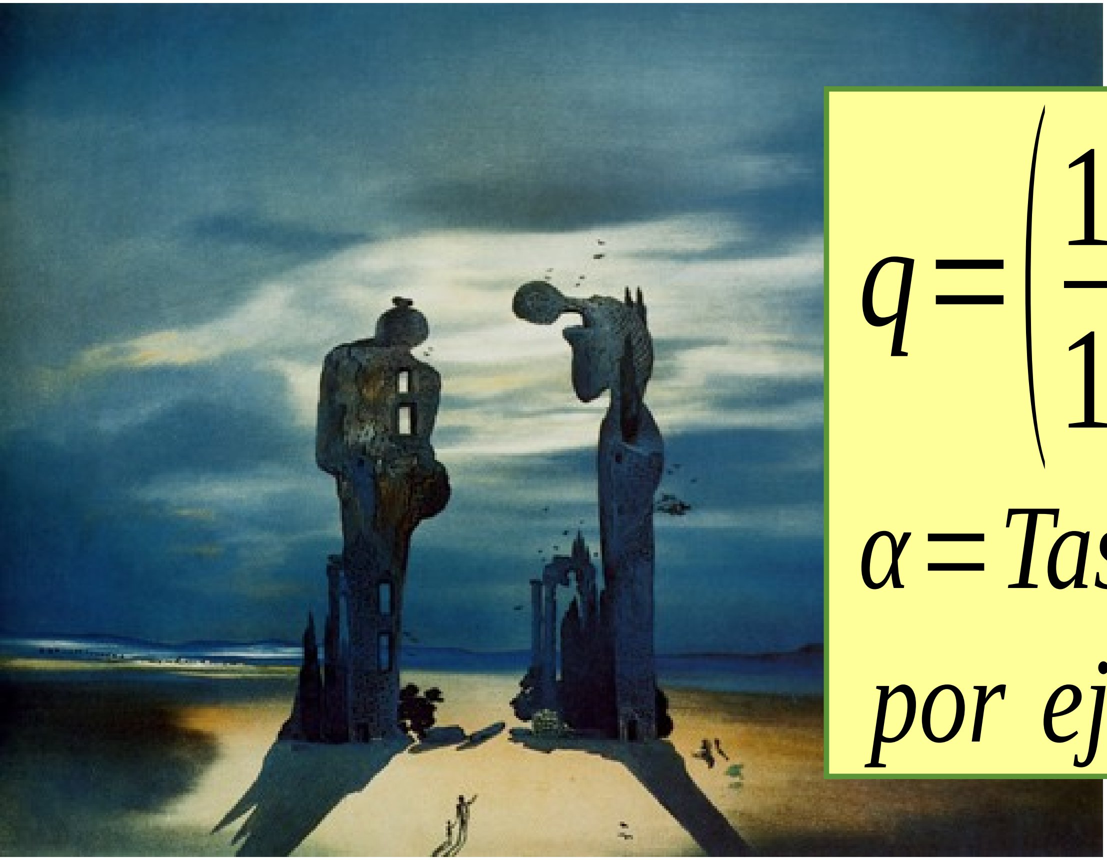
$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = ce\left(x_k, u_k, r_k, k\right) + \sum_{j=k+1}^{\infty} ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = ce\left(x_k, u_k, r_k, k\right) + CF\left(x_{k+1}, U_{k+1}, R_{k+1}, k+1\right)$$

·Costo Futuro y Costo de Etapa … recursión de Bellman



·*Tasa de descuento*



$$q=\left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^{DurPaso/DurAño}$$

$$\alpha = Tasas\ de\ descuento\ anual.$$

$$por\ ejemplo\ \alpha=0.12\ ;\ (12\%)$$

….. mmmhhhh ???

Costo Futuro y Costo de Etapa

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = \sum_{j=k}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

Recursión de Bellman

$$CF\left(x_k, U_k, R_k, k\right) = ce\left(x_k, u_k, r_k, k\right) + \sum_{j=k+1}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce\left(x_j, u_j, r_j, j\right)$$

·*Causalidad*

Las decisiones del PRESENTE pueden afectar el FUTURO y No a la inversa???

Minimizar el Costo Futuro

$$CF(x,k)=\left\langle \min_{u_k}\left\{ ce(x,u_k,r_k,k)+q\cdot CF(x',k+1)\right\}\right\rangle_{r_k}$$

Minimizar el Costo Futuro

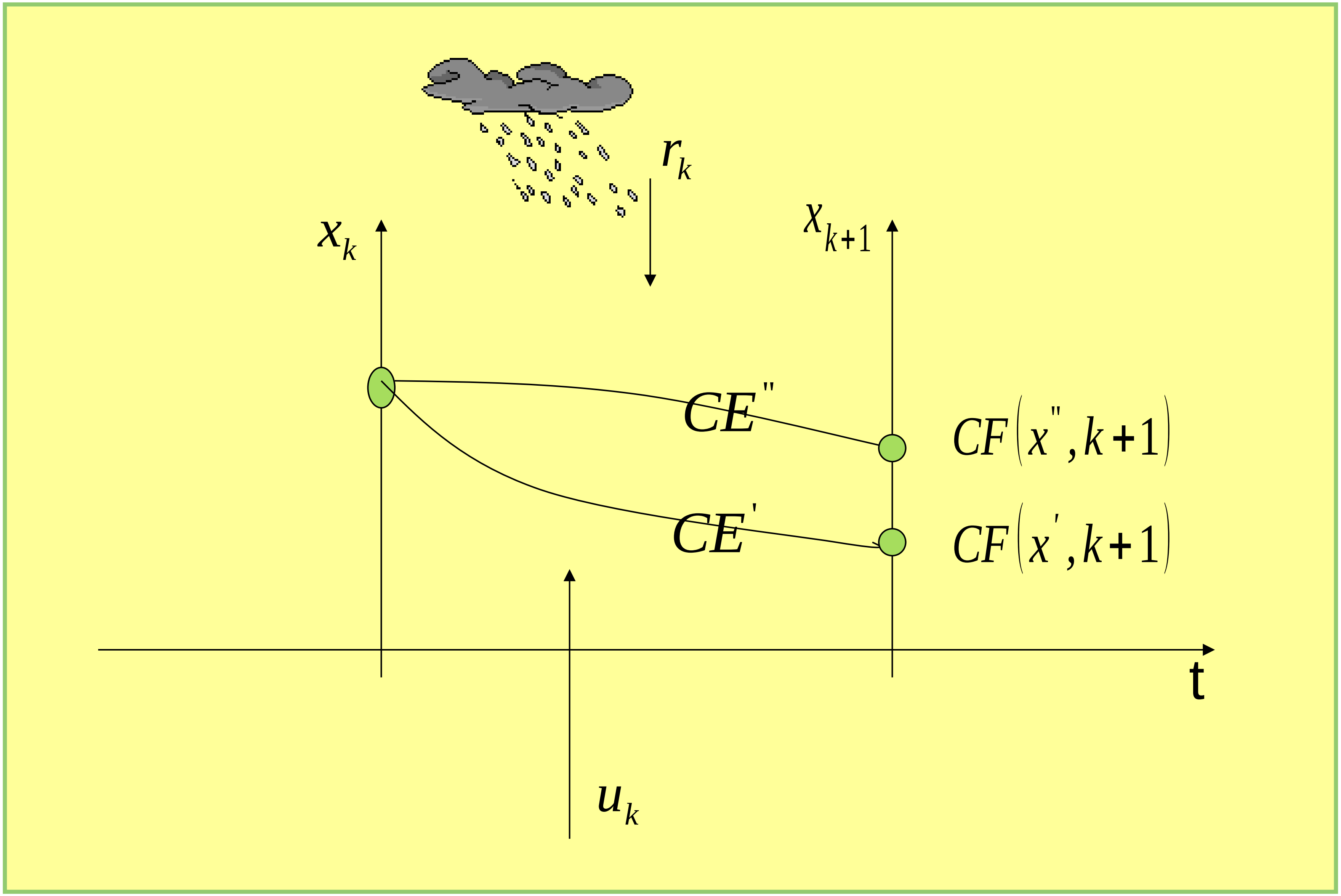
$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x,u_k,r_k,k) + q \cdot CF(x',k+1) \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x,u_k,r_k,k)$$

$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{u_k, U_{k+1}\}$$

$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \ldots\ldots\} = \{r_k, R_{k+1}\}$$

·Programación Dinámica Estocástica.



·Evolución del Estado

$$\boxed{x_{k+1} = f\left(x_k, u_k, r_k, k\right)}$$

Esta ecuación captura “la dinámica del sistema”.

NO-LINEAL y VARIANTE EN (t)

Resolución Iterativa

para todo x hacer:

$$CF(x, k_{ultima+1}) = 0$$

--

para k desde k_{ultima} retrocediendo hasta 1 hacer:

para todo x hacer:

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1) \right\} \right\rangle_{r_k}$$

con $x' = f(x, u_k, r_k, k)$

y sujeto a $g(x, u, r, k) \leq 0$

--

--

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k}\left(CE\left(x,u_k,r_{k,}k\right) + q \cdot CF\left(x',k+1\right)\right) \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f\left(x,u_k,r_k\right) = x + \delta x$$

$$CF\left(x',k+1\right) = CF\left(x,k+1\right) + \frac{\partial}{\partial x} CF\left(x,k+1\right)^T \cdot \delta x + o^2$$

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x,u_k,r_k,k) + q \cdot \left[CF(x,k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x,k+1)^T \delta x \right] \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$\delta x = x' - x = f(x,u_k,r_k,k) - x = Ax + B_u u_k + B_r r_k + C$$

$$\mathrm{CF}(\mathrm{x},\mathrm{k}) = \left\langle \min_{\mathrm{u_k}} \left\{ \mathrm{CE}(\mathrm{x},\mathrm{u_k},\mathrm{r_k},\mathrm{k}) + \mathrm{q} \cdot \left[\mathrm{CF}(\mathrm{x},\mathrm{k}+1) + \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}} \mathrm{CF}(\mathrm{x},\mathrm{k}+1)^{\mathrm{T}} \mathrm{Ax} + \mathrm{B_u u_k} + \mathrm{B_r r_k} + \mathrm{C} \right] \right\} \right\rangle_{\mathrm{r_k}}$$

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \underset{u_k}{\text{mín}} \left\{ \begin{aligned} & CE(x,u_k,r_k,k) \\ & + q \frac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T B_u u_k \\ & + q \frac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T B_r r_k \\ & + q \cdot \left[CF(x,k+1) + \frac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}^T (Ax+C) \right] \end{aligned} \right\} \right\rangle_{r_k}$$

Costos directos de la etapa.
Por uso de los u y
ocasionados por los r

Costos indirectos del futuro
por el uso de los u y
ocasionados por los r
en esta etapa

Valor del STOCK

Si pensamos que cada componente del estado ***x*** representa un stock de un recurso (por ejemplo agua embalsada), las derivadas de CF respecto de cada variable pueden interpretarse como menos el valor que le asignamos a una unidad de stock de esa variable. Generalmente aumentar el stock de un recurso disminuirá el CF por lo que estas derivadas son negativas.

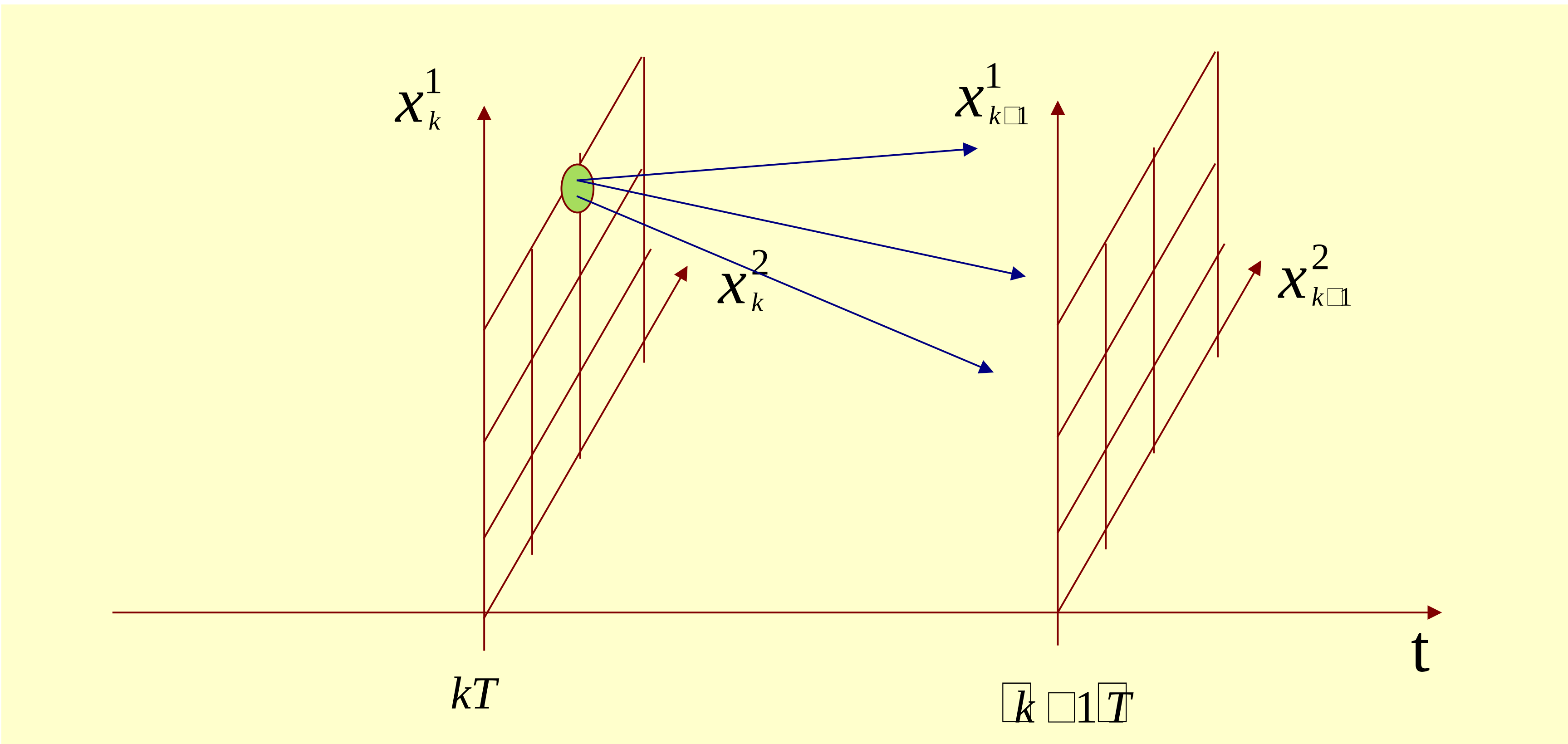
$$valor\ de\ x = -\frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$

Tratamiento de lo ALEATORIO

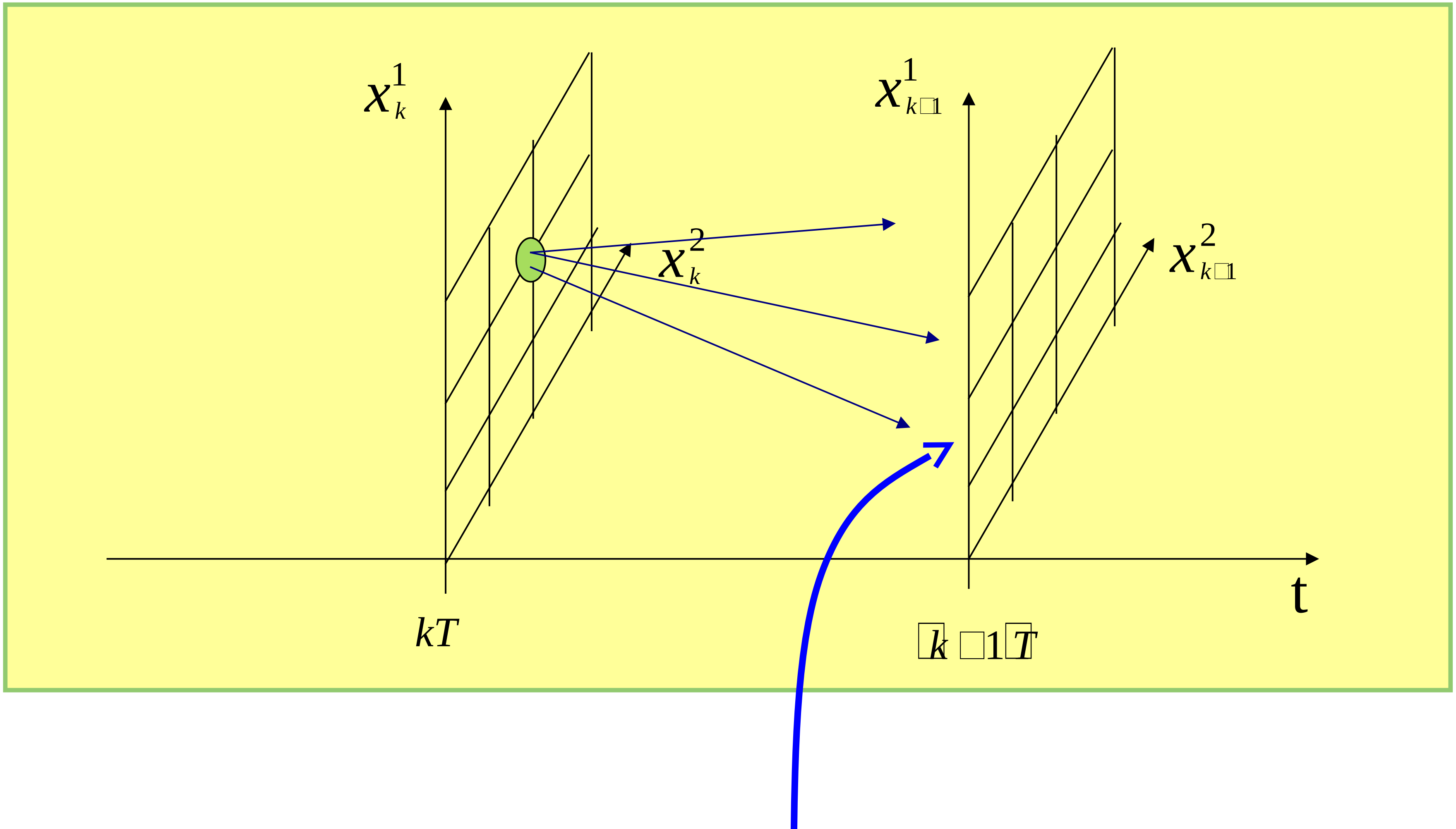
Lluvias, Viento, Sol, Precios, Demanda
Disponibilidades

- Valores esperados.
- Monte Carlo.
- Producto cartesiano de ocurrencias ponderadas.

Valor Esperado, Montecarlo, Producto cartesiano de probs.



Maldición de la dimensionalidad de Bellman.

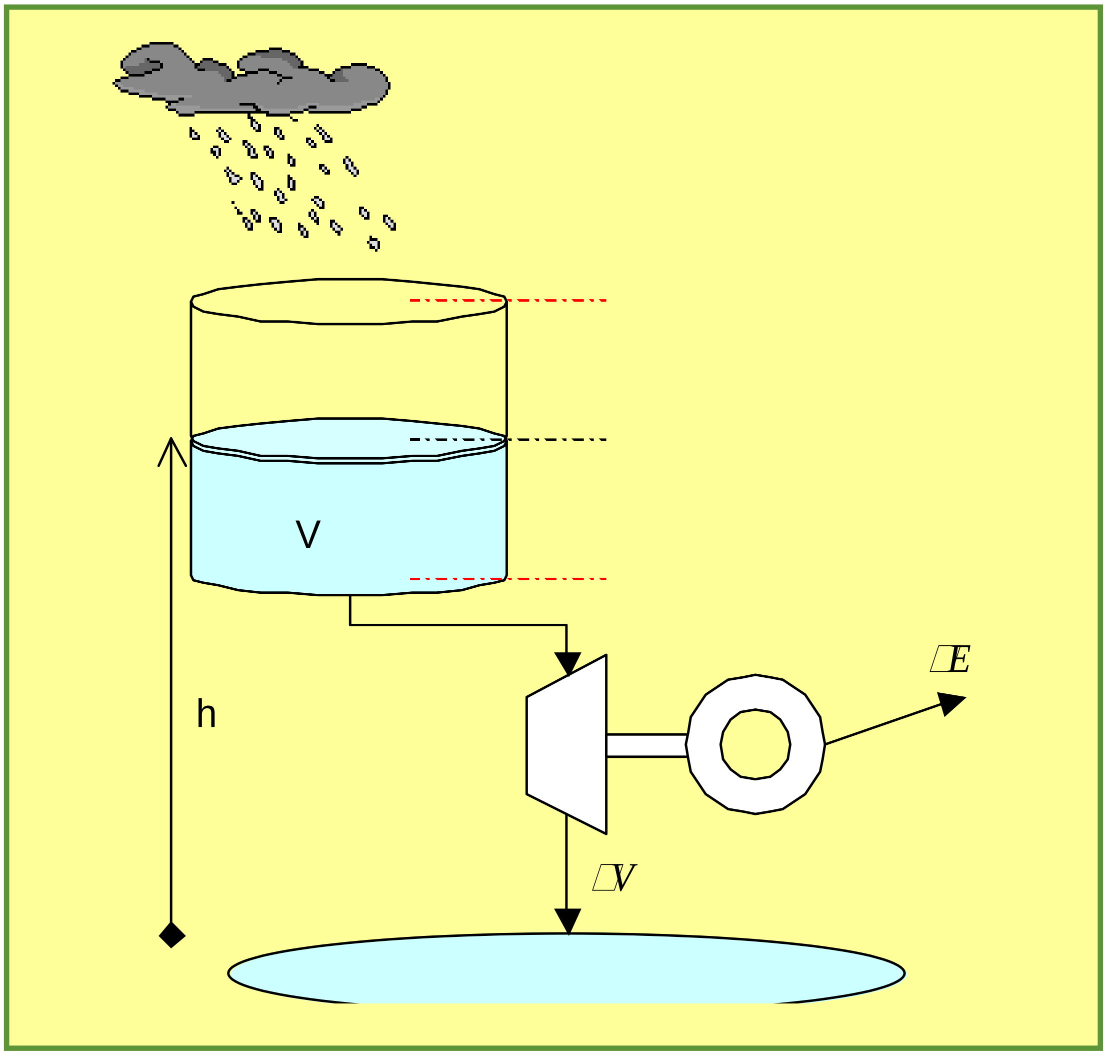


$$N_1 \times N_2 \times \ldots \times N_{nx}$$

Técnicas alternativas

- Parametrización de la función CF(x,k)
- Factorización CF(x,k)=CF(x1,k)*CF(x2,k)..
- Aprox de CF(x,k) por cortes de Benders usando Dualidad.

Central con embalse

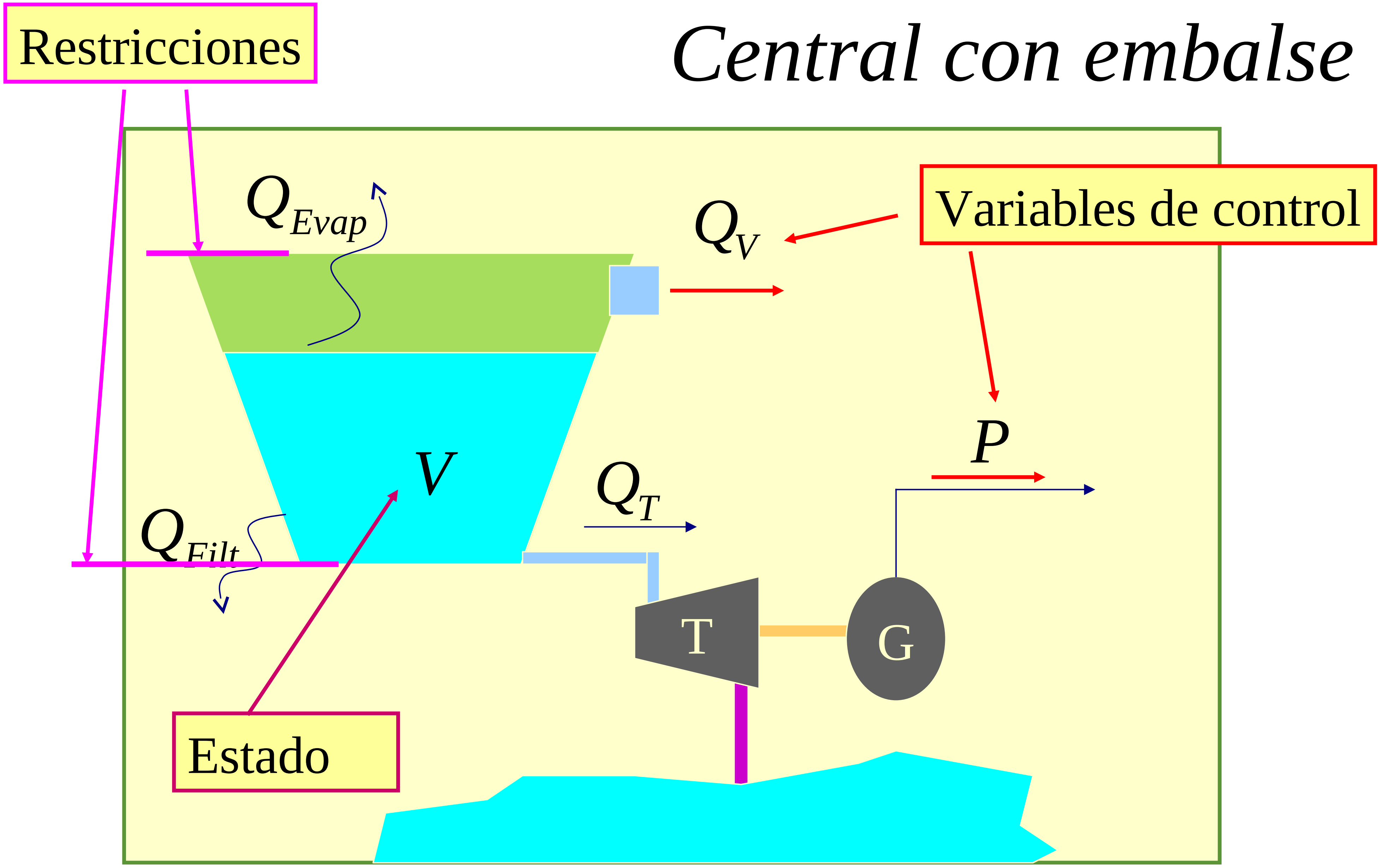


$$\delta E = \eta\, h g\, \rho \cdot \delta V$$

$$P = \eta\, h g\, \rho \cdot Q$$

$$ce(h) = \eta\, h g\, \rho$$
$$P = ce(h) \cdot Q$$

Central con embalse



Central con embalse

$$V_{k+1} = V_k + \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T$$

$$0 \le V_{k+1} \le V_{máx}$$

$$Q_T = {}^{P}\!/_{ce(h)}$$

$$Costo = \ldots + cva \cdot \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}\right)\Delta T + \ldots$$

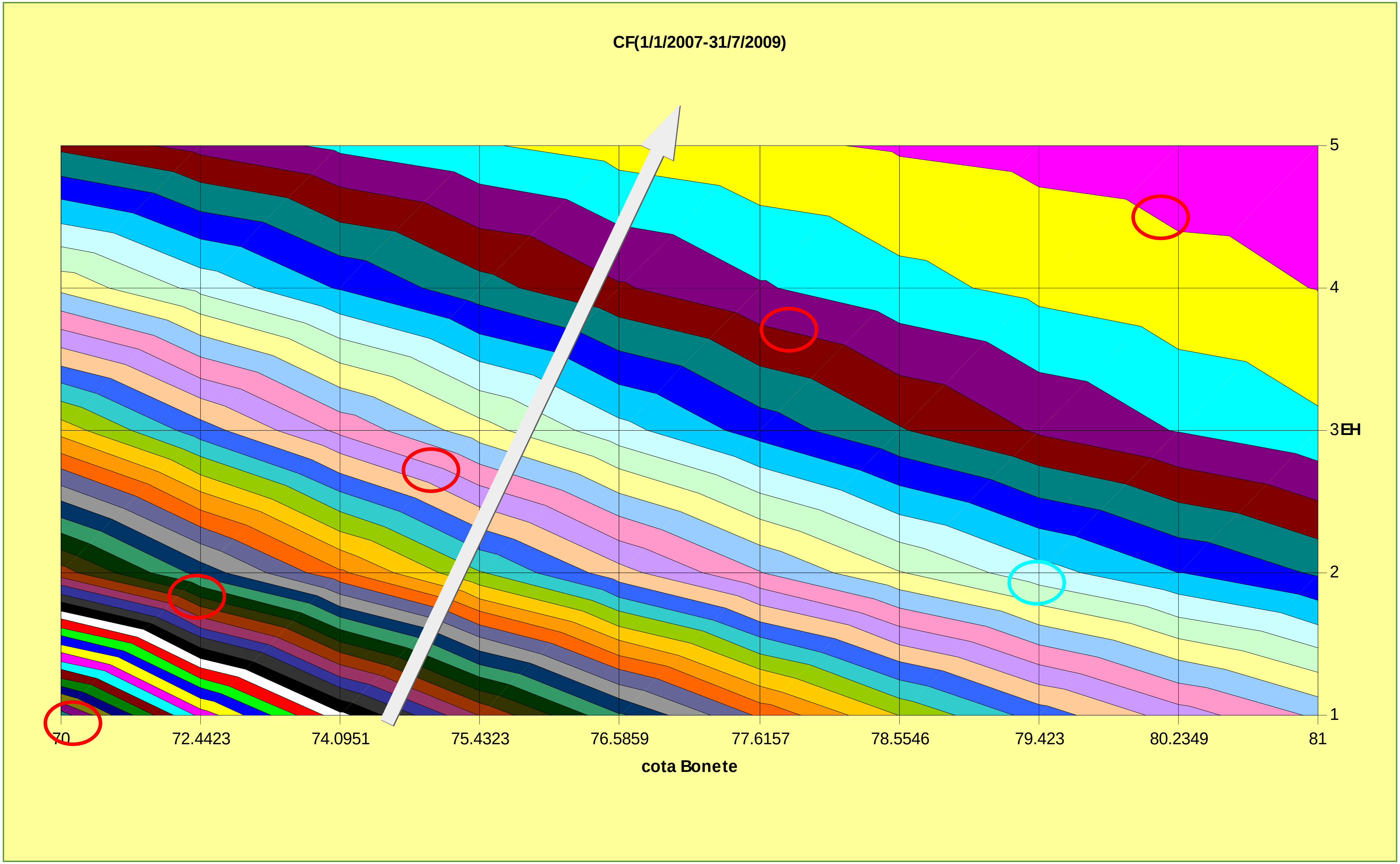
$$cva = -q \cdot \frac{\partial CF\left(x_k, k+1\right)}{\partial V}$$

$$x_k^T = \left[x_{1,k}, x_{2,k}, \ldots., V_k, \ldots\ldots\right]$$

Central con embalse

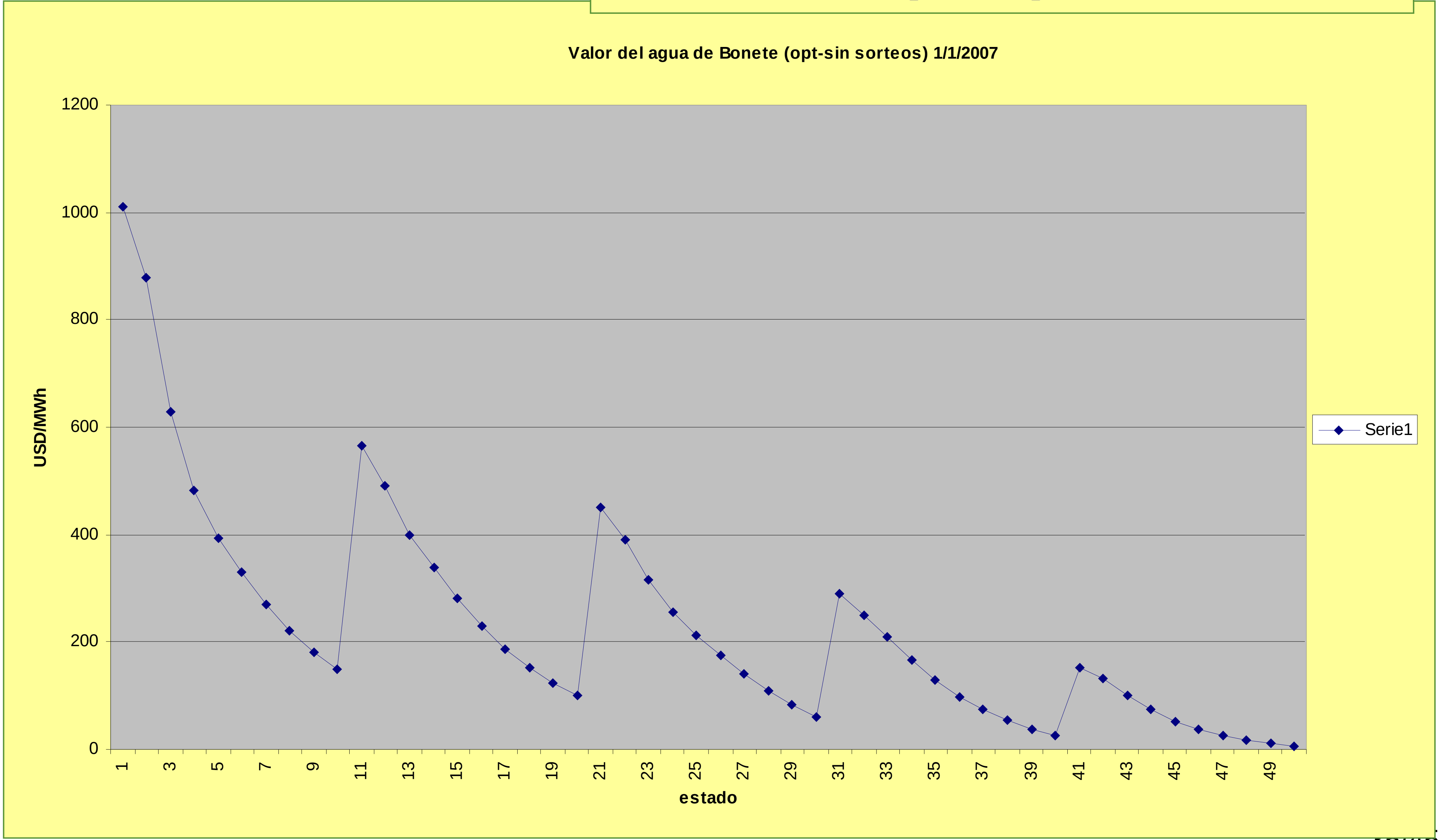
- Curva cota-volumen.
- Curva de vertimiento admisible.
- Restricción de mínimo caudal erogado.

Ejemplo CF(Bonete, EH)



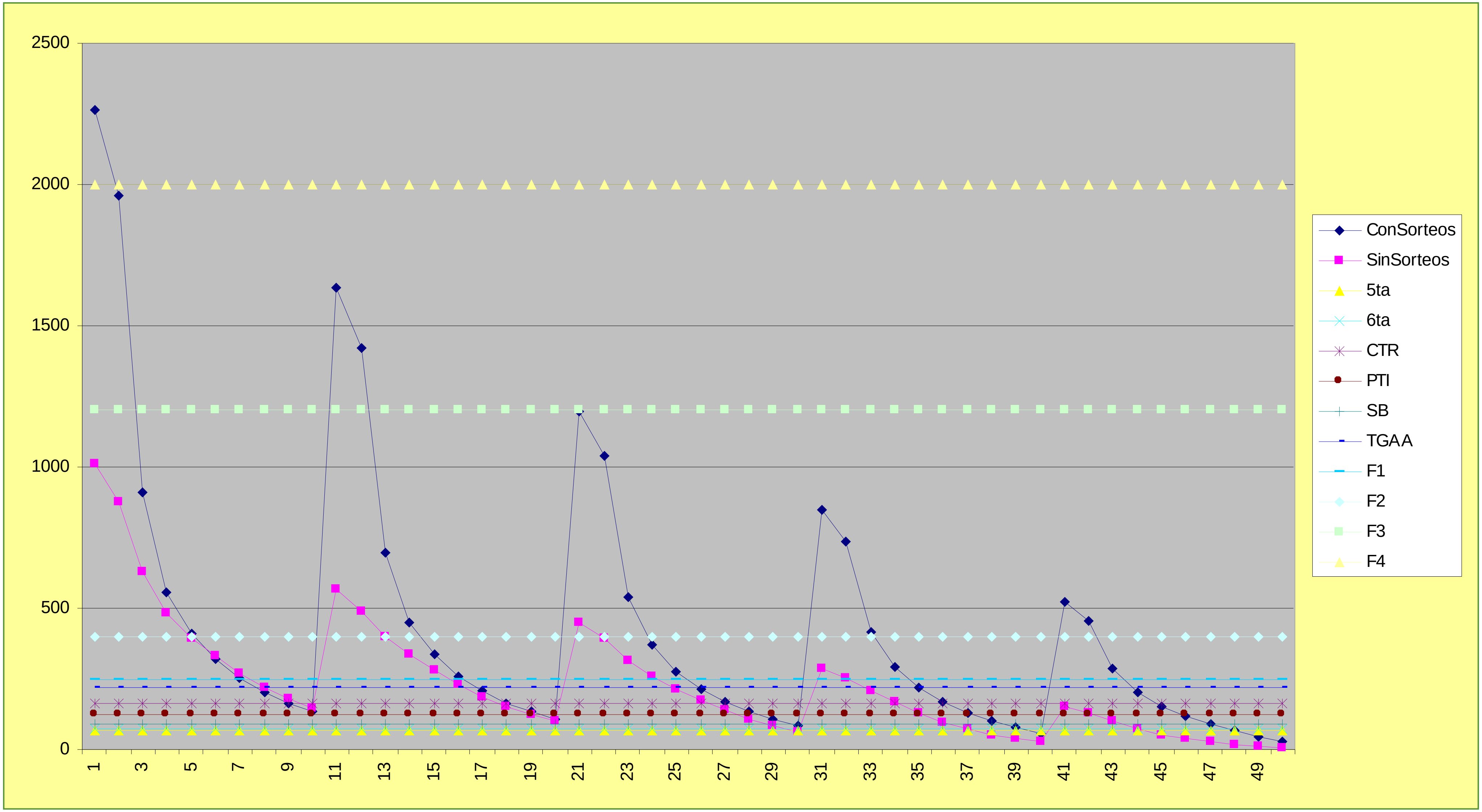
Ejemplo Valor del Agua (Bonete, EH)

$$valor\ del\ agua\left[\frac{USD}{m3}\right] = -\frac{\partial CF(x,k+1)}{\partial x}$$

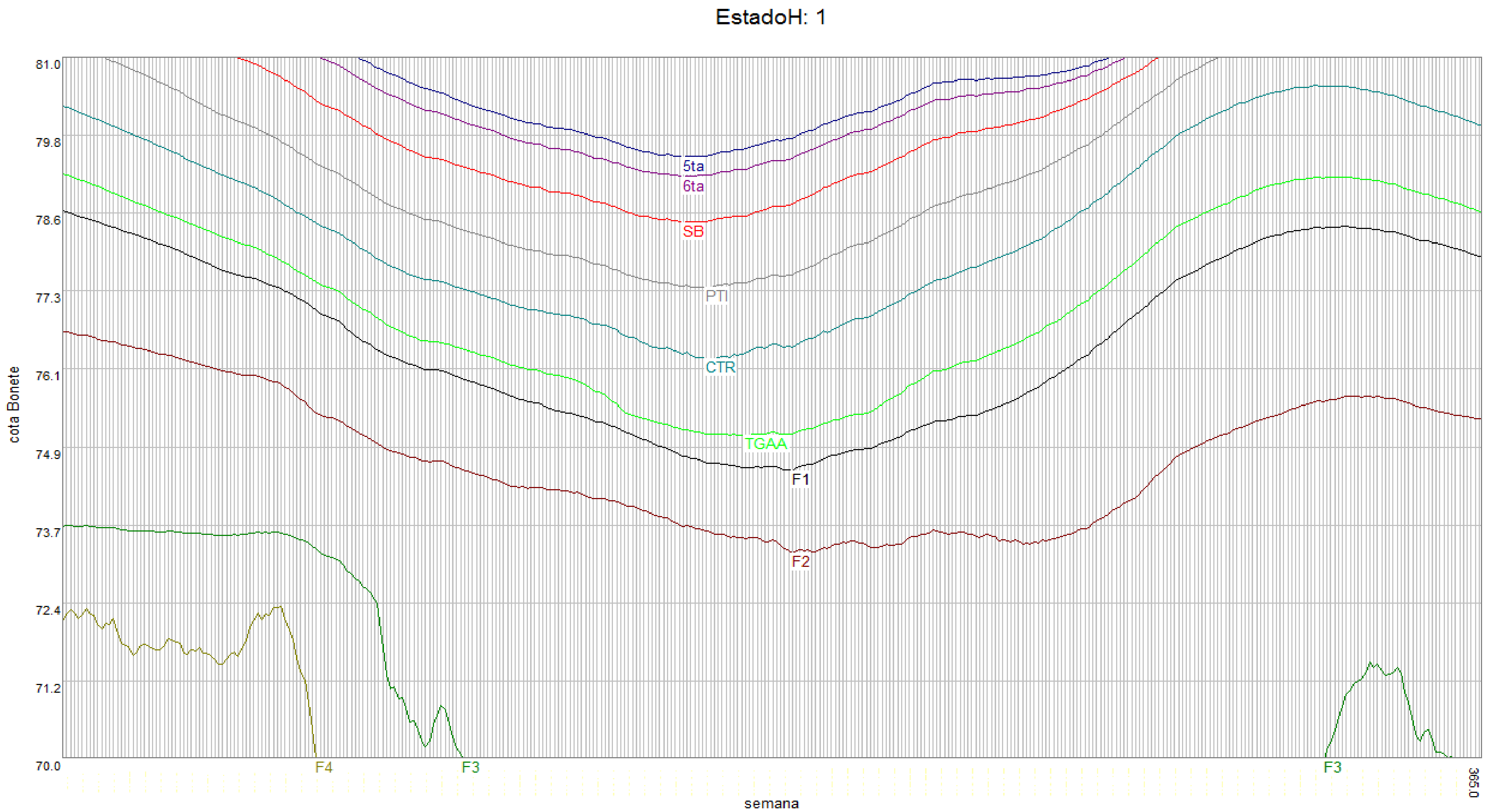


SimSEE

Optimización Con-Sorteos vs. Sin-Sorteos. Valor del Agua de Bonete vs. máquinas del Sistema.

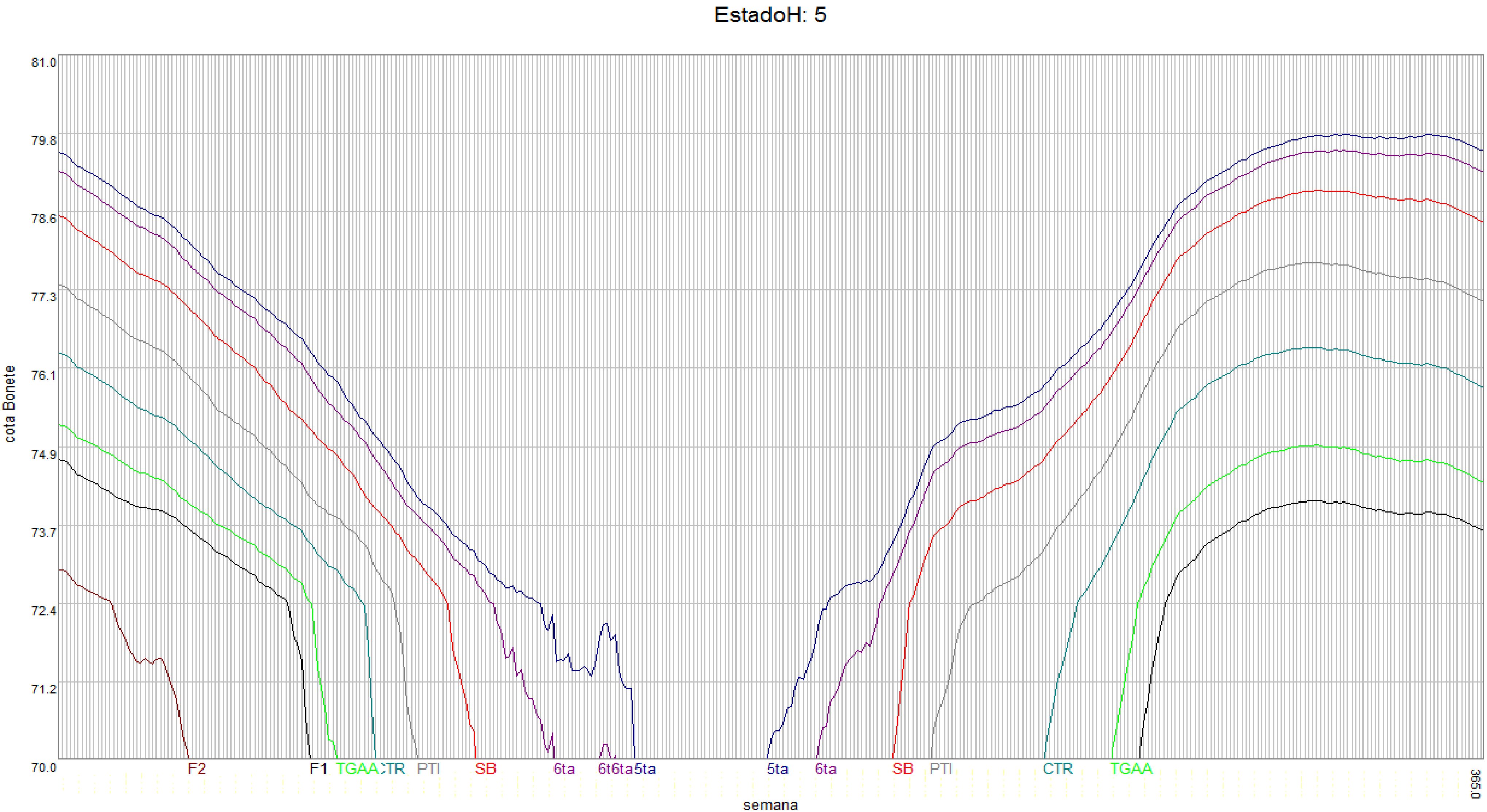


Ej. Valor del Agua Bonete.
Estado hidrológico Super Seco (H1).



SimSEE

Ej. Valor del Agua Bonete.
Estado hidrológico Super Húmedo (H5).

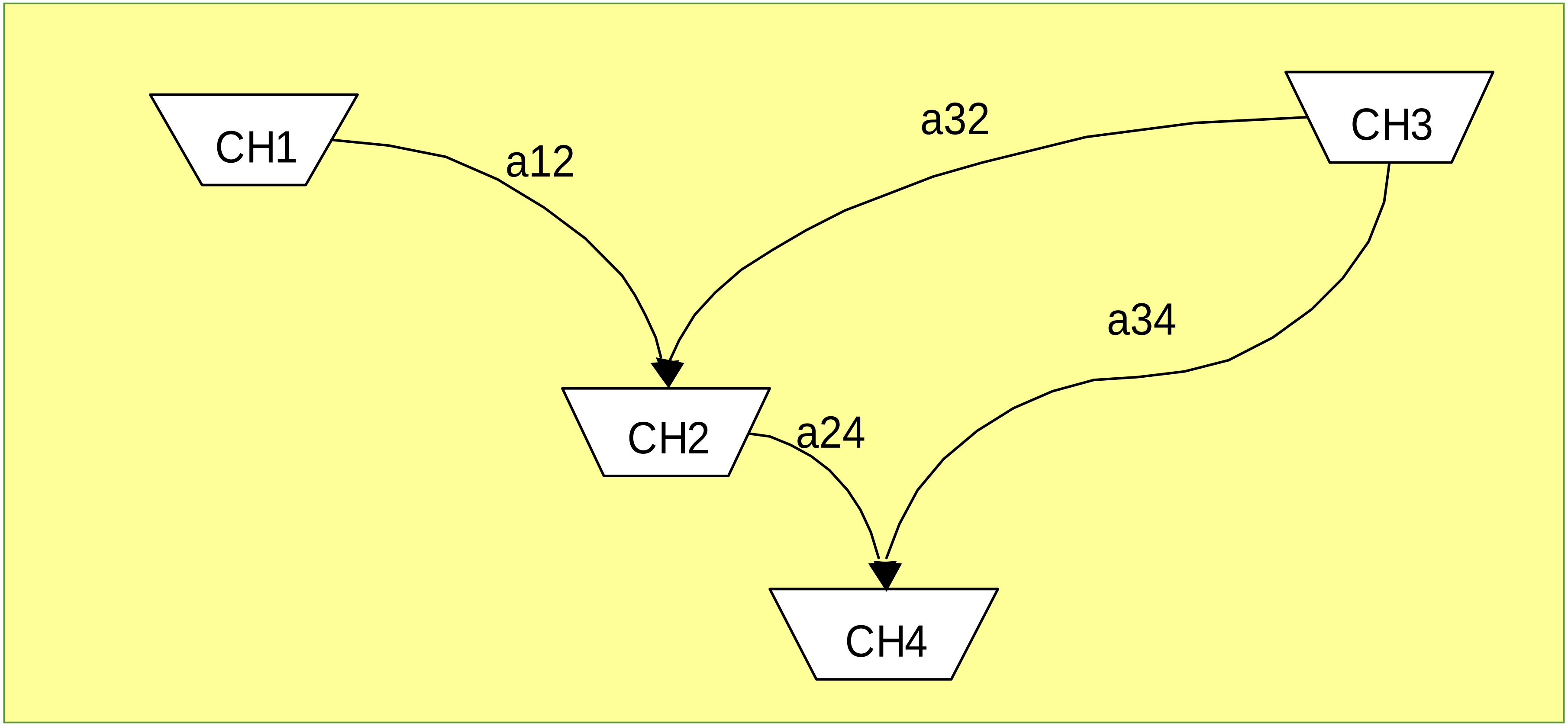


Pérdida de salto efectivo por caudal erogado

Aproximación en SimSEE:

$$dh(QE) = caQE * QE + cbQE * QE^2$$

Encadenamiento de centrales hidroeléctricas.



Control del vertimiento y erogado en SimSEE.

SimSEE permite:

- Fijar el vertimiento máximo en función del volumen almacenado.
- Especificar restricciones de caudal erogado mínimo.
- Especificar restricciones de caudal vertido mínimo.

Erogado mínimo

- Puede ser necesario para garantizar un nivel mínimo aguas abajo. Navegabilidad – Toma de aguas.
- Por control de crecidas – Protección de la presa.
- Para mantener condiciones ambientales del río.

Costos de Arranque-Parada

- Las centrales con costo de arranque-parada son un ejemplo de VARIABLE DE ESTADO BOOLEANA.
- La variable de estado valdrá 0=Apagada o 1= Prendida.
- Variable de control

  A = 0=>Apagar y A=1=>Prender.

Térmica con costos de Arranque Parada.

$$\boxed{p = P - P_{mín}}$$

Potencia por encima del mínimo técnico

$$\boxed{p \leq A \cdot \left(P_{máx} - P_{mín}\right)}$$

Restricción auxiliar

$$\boxed{P = P_{mín} \cdot A + p}$$

Potencia despachada

Costo si está APAGADA

$$Costo = \left(cv \cdot p + co \cdot A \right) \cdot \Delta T + cArranque \cdot A$$
$$+ \left(CF\left(X_k + 1_A, k+1 \right) - CF\left(X_k, k+1 \right) \right) \cdot A$$

Costo si está PRENDIDA

$$Costo = \left(cv \cdot p + co \cdot A\right) \cdot \Delta T + cParada \cdot \left(1 - A\right)$$
$$+ \left(CF\left(X_k - 1_A, k+1\right) - CF\left(X_k, k+1\right)\right) \cdot \left(1 - A\right)$$