



Optimización de la operación

Ximena Caporale

Instituto de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad de la República Oriental del Uruguay



UNIVERSIDAD
DE LA REPUBLICA
URUGUAY



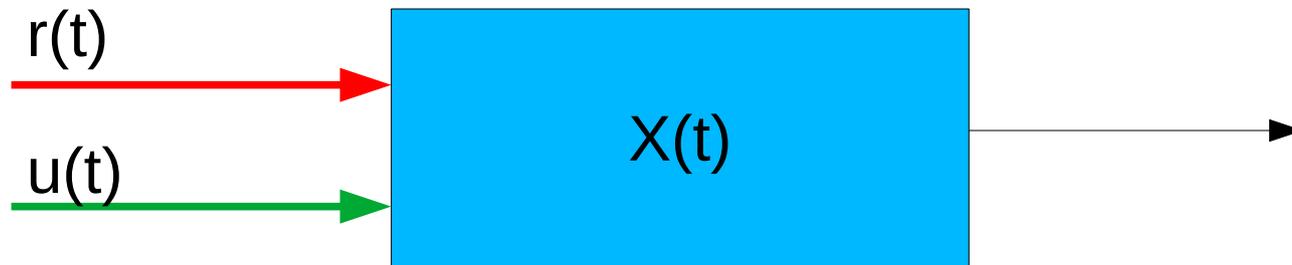
Estado de un Sistema Dinámico

- X = Vector de información que capta todo lo relevante del pasado para calcular el futuro si se conocen las entradas de aquí en mas.

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

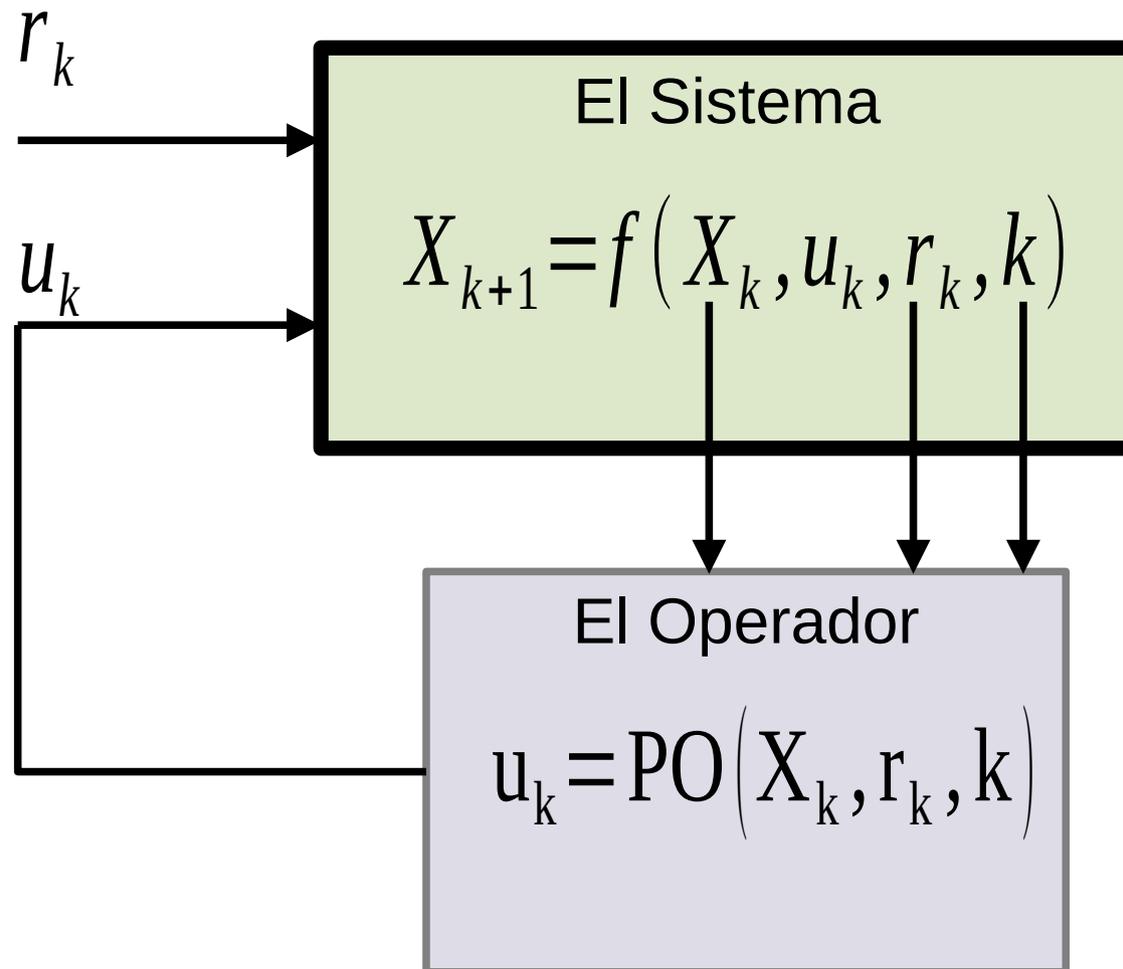


Entradas de Control y Entradas No Controlables



- $r(t)$: Entradas que no podemos controlar. Por ej.: Lluvias. Determinísticas y/o Aleatorias.
SIN ESTADO. Si son procesos aleatorios con memoria, debemos identificarlos y representar su estado como parte del Estado del Sistema.
- $u(t)$: Entradas sobre las que podemos actuar para guiar el sistema por donde nos convenga (entradas de control). Por ej.: Potencia despachada en cada generador.

El Operador y su Política de Operación



Valor de un recursos almacenable



Comparación entre costo del presente y costo del futuro.

De no haber restricciones para el traslado en el tiempo, el costo marginal sería el mismo en todas las horas del futuro.

INCERTIDUMBRE DEL FUTURO.

MODELOS ESTOCASTICOS

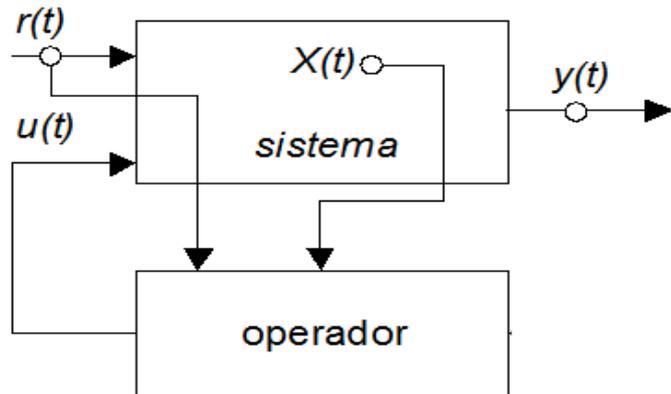
PRONOSTICOS

Costo Futuro

$$CF = \int_{t=ahora}^{\infty} \left(\sum_{centrales} cc(t) + \sum_{deficit} cd(t) + \sum_{importaciones} ci(t) - \sum_{exp ortaciones} ie(t) \right) dt$$

El Costo Futuro (CF) es la integral en el tiempo desde ahora hasta el infinito del costo de combustible en las centrales más el costo de no suministro de la demanda en cada situación en que se produzca un déficit más el costo de la energía que se necesite importar y menos los ingresos que se obtenga por la exportación de energía hacia otros sistemas.

Sistema Dinámico, Operador y Política de Operación.



$$ce_k = ce(x_k, u_k, r_k, k) \quad \text{Costo de etapa}$$

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, r_k, k) \quad \text{Restricción dinámica}$$

$$u_k = p(x_k, r_k, k) \quad \text{Política de operación}$$

• *Estado y Poste Horario*



- Los Postes son un desorden del tiempo.
- Carece de sentido hablar de estado por POSTE HORARIO.
- El Estado será siempre por Paso de Tiempo y nunca por Poste.

Entradas

$$U_k = \left\{ u_k, u_{k+1}, \dots \right\}$$
$$R_k = \left\{ r_k, r_{k+1}, \dots \right\}$$

Una realización de las entradas.

Costo Futuro y Costo de Etapa

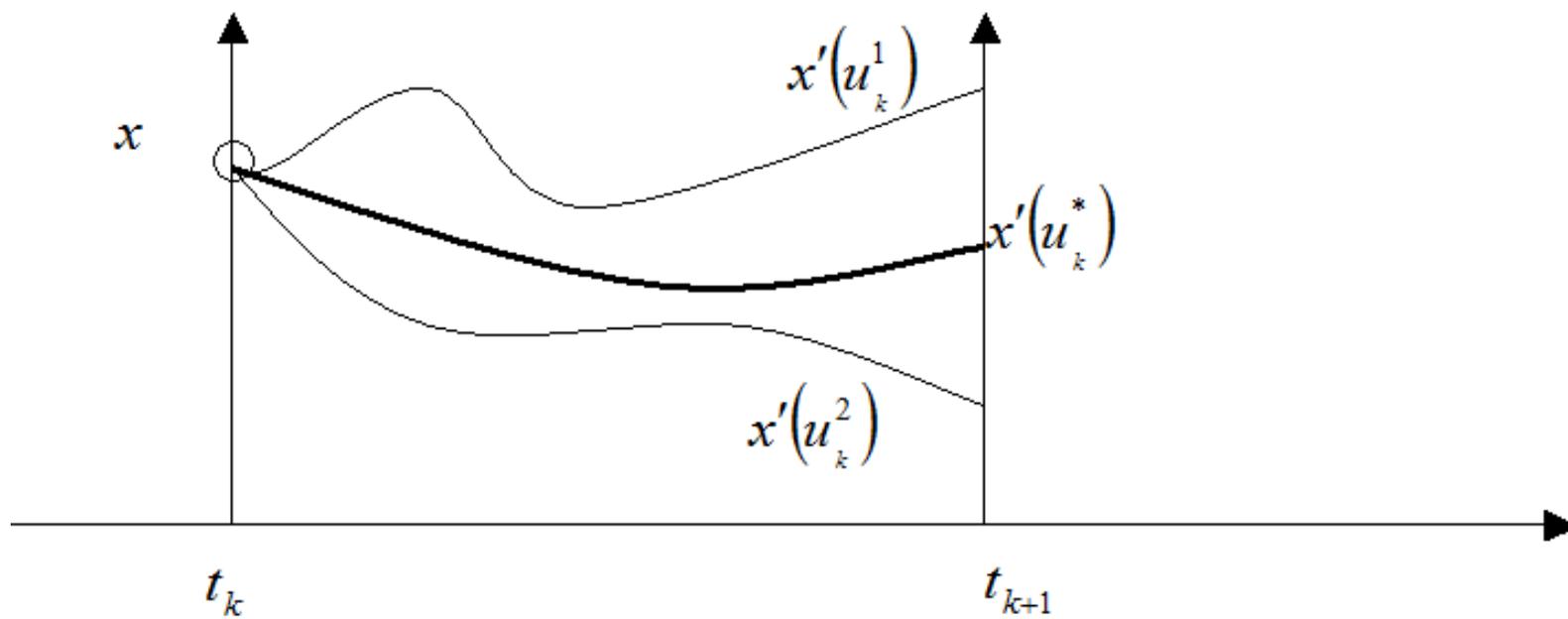
$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = \sum_{j=k}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

Recursión de Bellman

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + \sum_{j=k+1}^{\infty} ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + CF(x_{k+1}, U_{k+1}, R_{k+1}, k+1)$$

• *Costo Futuro y Costo de Etapa*



• *Tasa de descuento*

$$q = \left(\frac{1}{1 + \alpha} \right)^{DurPaso / DurAño}$$

$\alpha =$ *Tasas de descuento anual.*

por ejemplo $\alpha = 0.12$; (12%)

Si suponemos que el costo máximo de una etapa está acotado el costo al valor M , el costo futuro converge y está acotado por $M/(1-q)$. (por convergencia de la serie geométrica con $0 < q < 1$).

Costo Futuro y Costo de Etapa

$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = \sum_{j=k}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

Recursión de Bellman

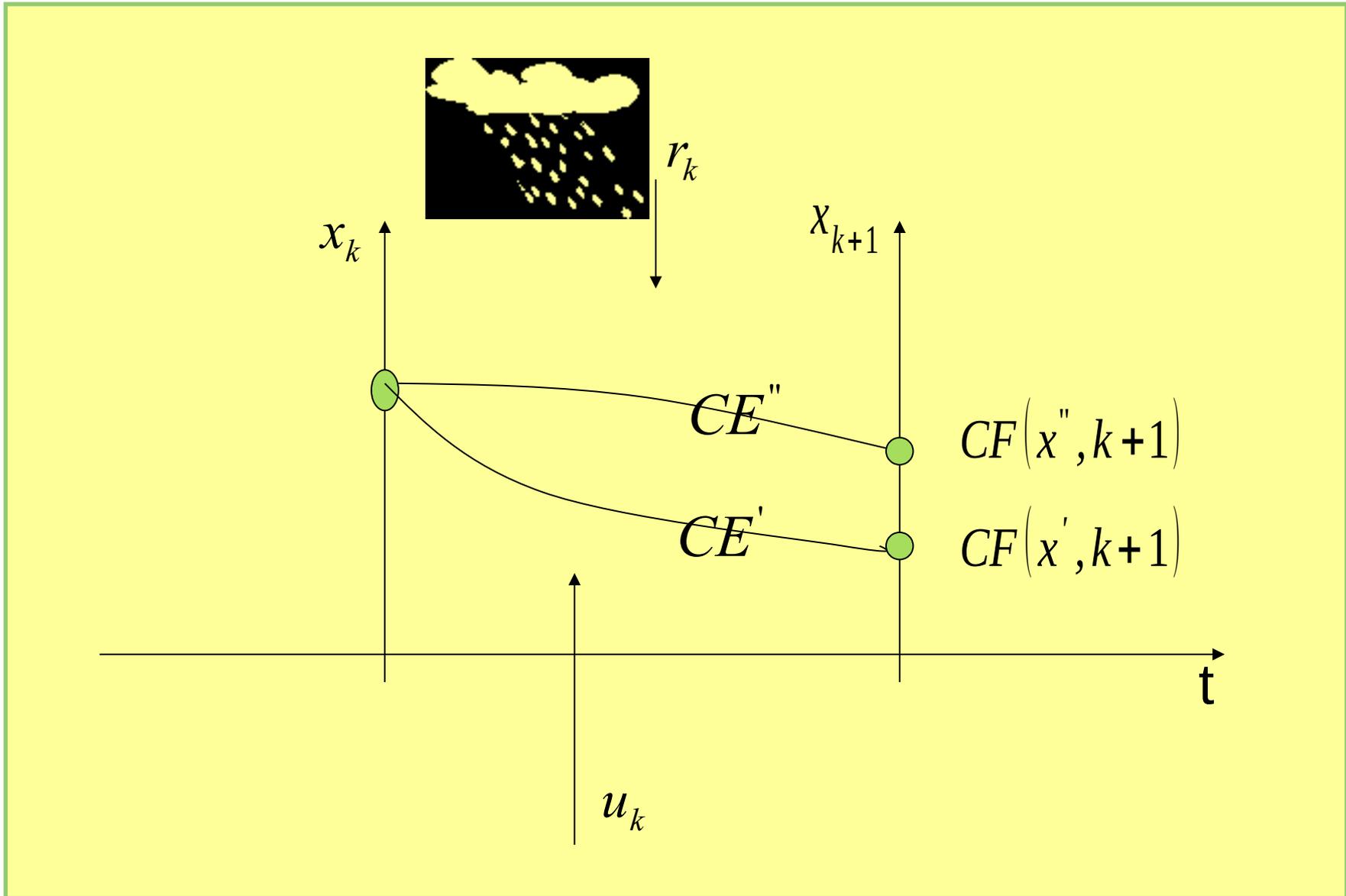
$$CF(x_k, U_k, R_k, k) = ce(x_k, u_k, r_k, k) + \sum_{j=k+1}^{\infty} q^{j-k} \cdot ce(x_j, u_j, r_j, j)$$

·Causalidad



**Las decisiones del PRESENTE
pueden afectar el FUTURO
y No a la inversa???**

Programación Dinámica Estocástica.



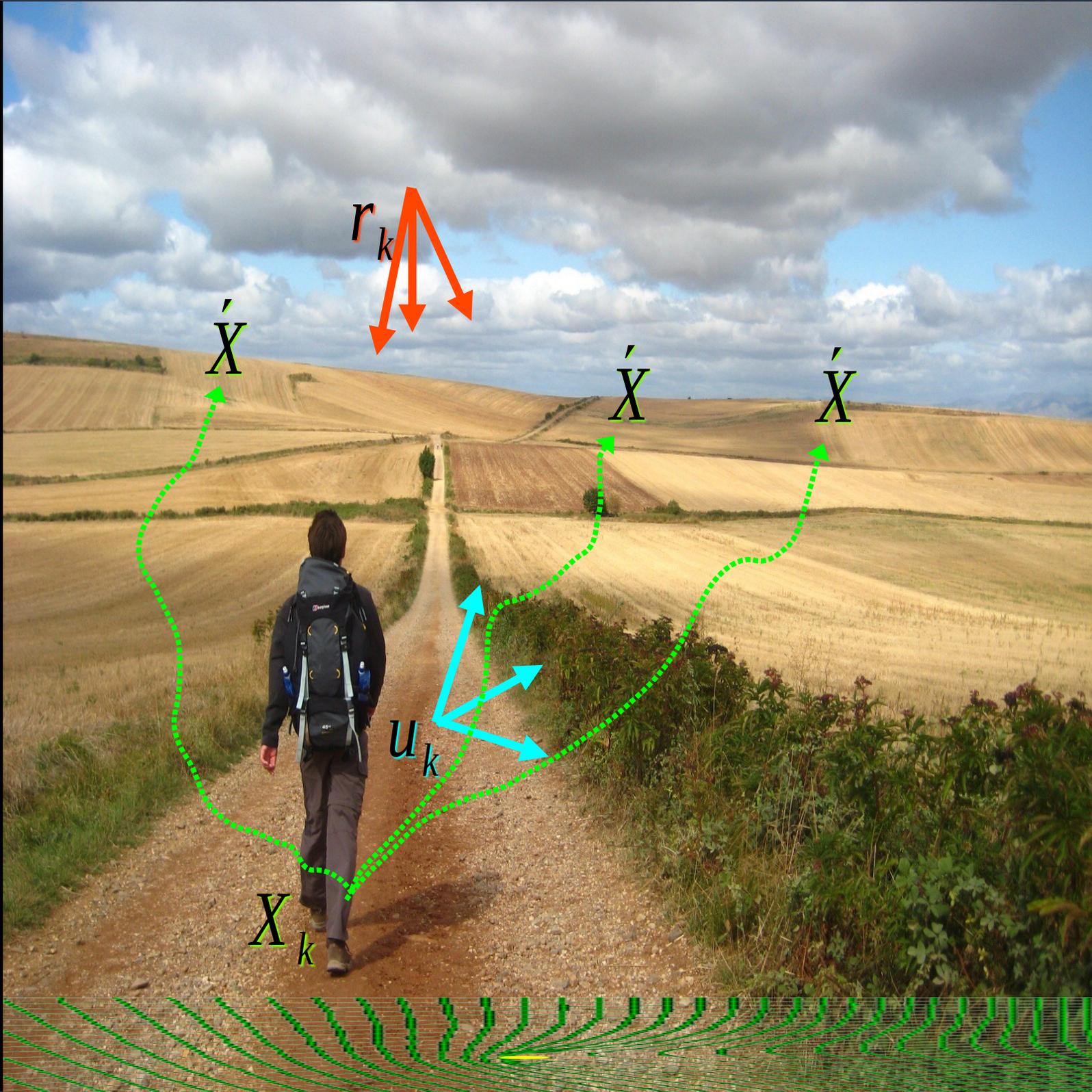
Minimizar el Costo Futuro

$$CF(x, k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1) \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x, u_k, r_k, k)$$

$$U_k = \{u_k, u_{k+1}, \dots\} = \{u_k, U_{k+1}\}$$

$$R_k = \{r_k, r_{k+1}, \dots\} = \{r_k, R_{k+1}\}$$



- *Dynamic Programming 1957*

Bellman recursion

$$CF(X, k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ ce(X, u_k, r_k, k) + \rho CF(X_{k+1}, k+1) \right\} \right\rangle_{\{r_k, r_{k+1}, \dots\}}$$



Richard Ernest Bellman (1920–1984)

Bellman's Curse of Dimensionality



Maldición de Bellman

Explosión combinatoria de los casos a resolver para lograr construir para cada paso de tiempo la representación de $CF(X, k)$

- Dimensión del espacio de estados N_x y su discretización N_{dx}
- Dimensión del espacio del vector de entradas no controladas N_r y su discretización N_{dr}
- Cantidad de pasos de tiempo a resolver N_k .

$$N_{dx}^{N_x} \times N_{dr}^{N_r} \times N_k$$

Resolución Iterativa

para todo x hacer:

$$CF(x, k_{ultima+1}) = 0$$

–

para k desde k_{ultima} retrocediendo hasta 1 hacer:

para todo x hacer:

$$CF(x, k) = \left\langle \min_{u_k} \{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k + 1) \} \right\rangle_{r_k}$$

$$\text{con } x' = f(x, u_k, r_k, k)$$

$$\text{y sujeto a } g(x, u, r, k) \leq 0$$

–

–

·*Evolución del Estado*

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, r_k, k)$$

Esta ecuación captura “la dinámica del sistema”.

NO-LINEAL y VARIANTE EN (t)

Linealización del Problema

$$CF(x, k) = \left\langle \min_{u_k} (CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k + 1)) \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x, u_k, r_k) = x + \delta x$$

$$CF(x', k + 1) = CF(x, k + 1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x, k + 1)^T \cdot \delta x + o^2$$

Linealización del Problema

$$CF(x, k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot \left[CF(x, k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x, k+1)^T \delta x \right] \right\} \right\rangle_{r_k}$$

$$\delta x = x' - x = f(x, u_k, r_k, k) - x = Ax + B_u u_k + B_r r_k + C$$

$$CF(x, k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot \left[CF(x, k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x, k+1)^T (Ax + B_u u_k + B_r r_k + C) \right] \right\} \right\rangle_{r_k}$$

Linealización del Problema

$$CF(x, k) = \min_{u_k} \left\{ \begin{array}{l} CE(x, u_k, r_k, k) \\ + q \frac{\partial CF(x, k+1)^T}{\partial x} B_u u_k \\ + q \frac{\partial CF(x, k+1)^T}{\partial x} B_r r_k \\ + q \cdot \left[CF(x, k+1) + \frac{\partial CF(x, k+1)^T}{\partial x} (Ax + C) \right] \end{array} \right\} r_k$$

Costos directos de la etapa.
Por uso de los u y
ocasionados por los r

Costos indirectos del futuro
por el uso de los u y
ocasionados por los r
en esta etapa

Valor del STOCK

Si pensamos que cada componente del estado x representa un stock de un recurso (por ejemplo agua embalsada), las derivadas de CF respecto de cada variable pueden interpretarse como menos el valor que le asignamos a una unidad de stock de esa variable. Generalmente aumentar el stock de un recurso disminuirá el CF por lo que estas derivadas son negativas.

$$\text{valor de } x = - \frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$

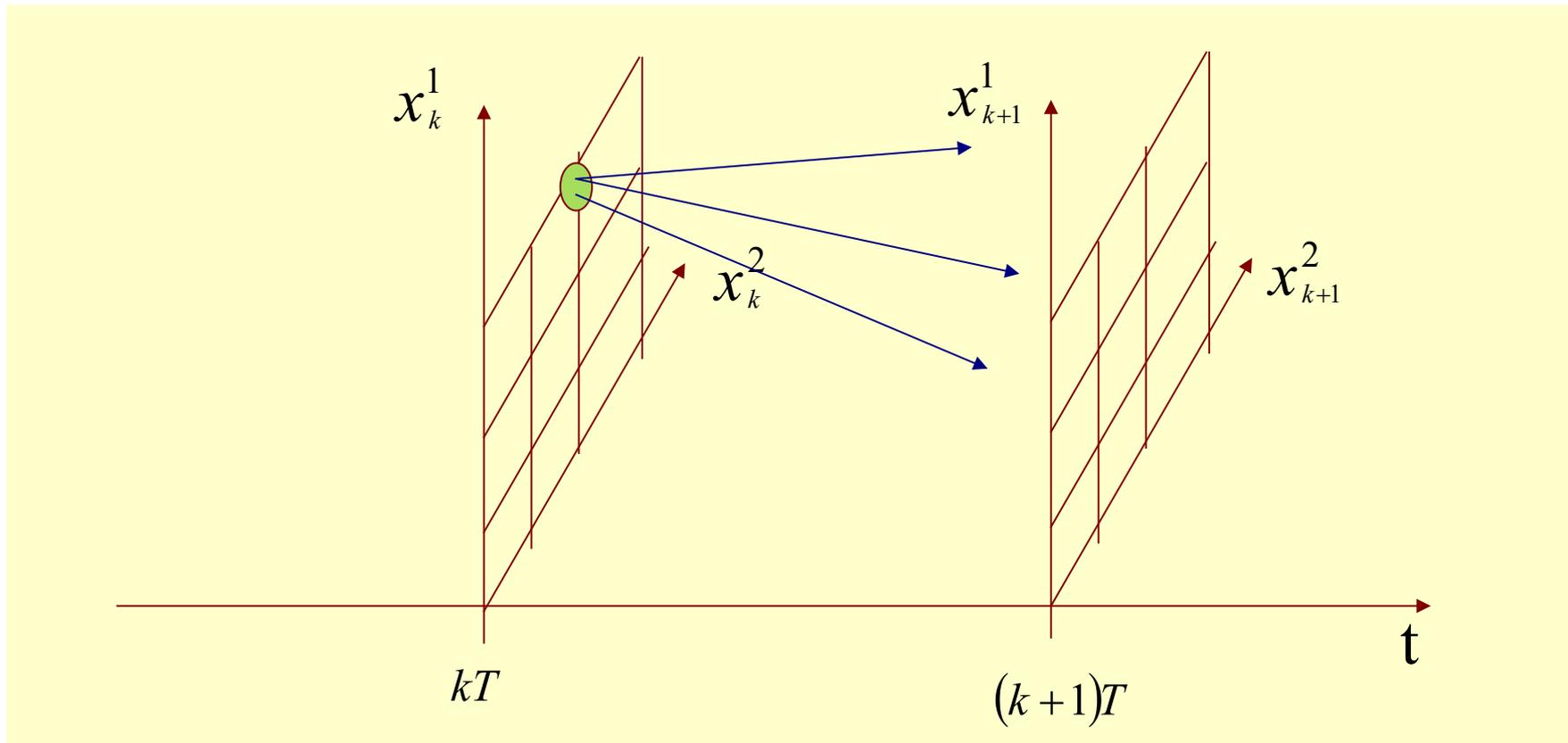


Tratamiento de lo ALEATORIO

Lluvias, Viento, Sol, Precios,
Demanda
Disponibilidades

- Valores esperados.
- Monte Carlo.
- Producto cartesiano de ocurrencias ponderadas.

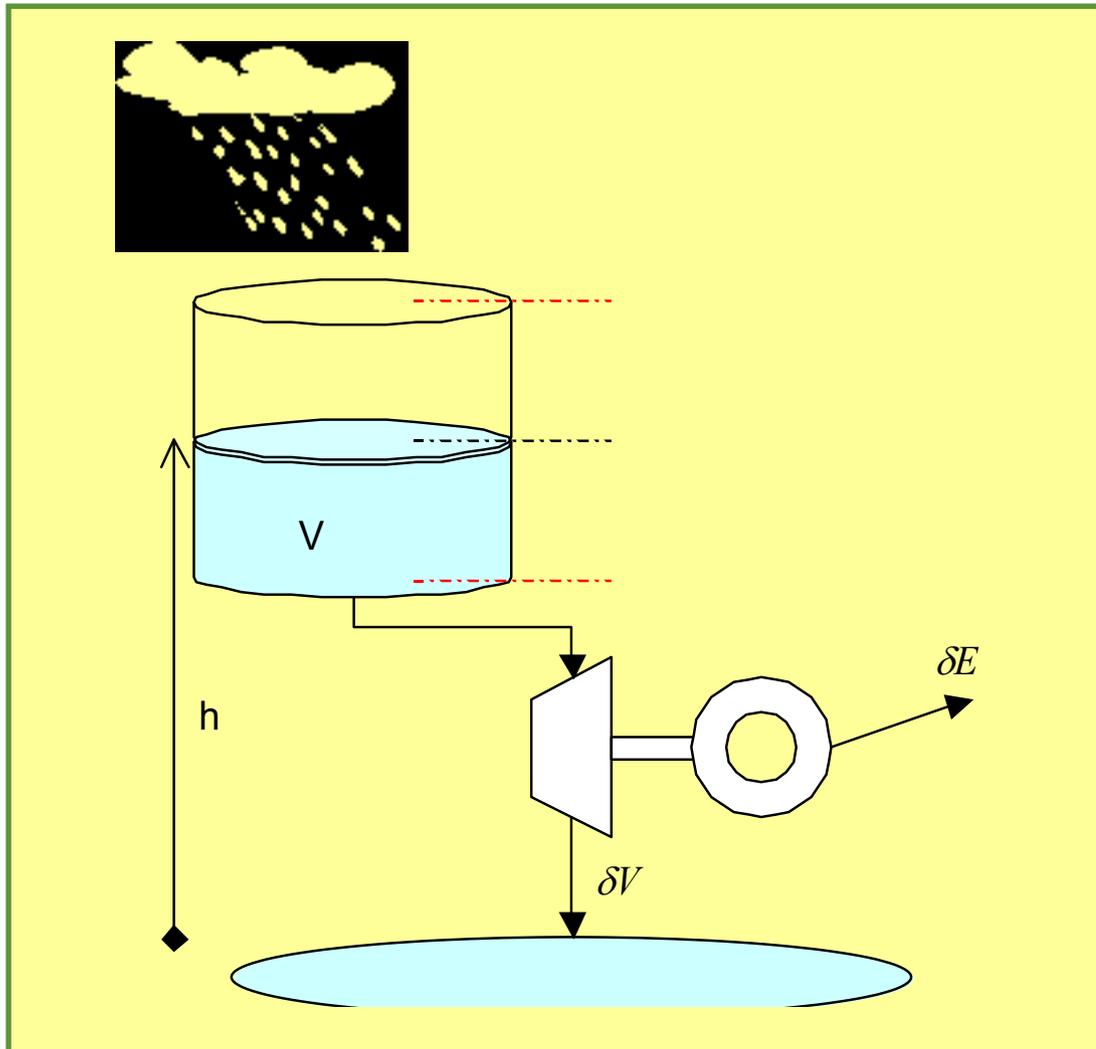
Valor Esperado, Montecarlo, Producto cartesiano de probs.



Técnicas alternativas

- Parametrización de la función $CF(x,k)$
- Factorización $CF(x,k)=CF(x_1,k)*CF(x_2,k)..$
- Aprox de $CF(x,k)$ por cortes de Benders usando Dualidad.

Central con embalse



$$\delta E = \eta h g \rho \cdot \delta V$$

$$P = \eta h g \rho \cdot Q$$

$$ce(h) = \eta h g \rho$$

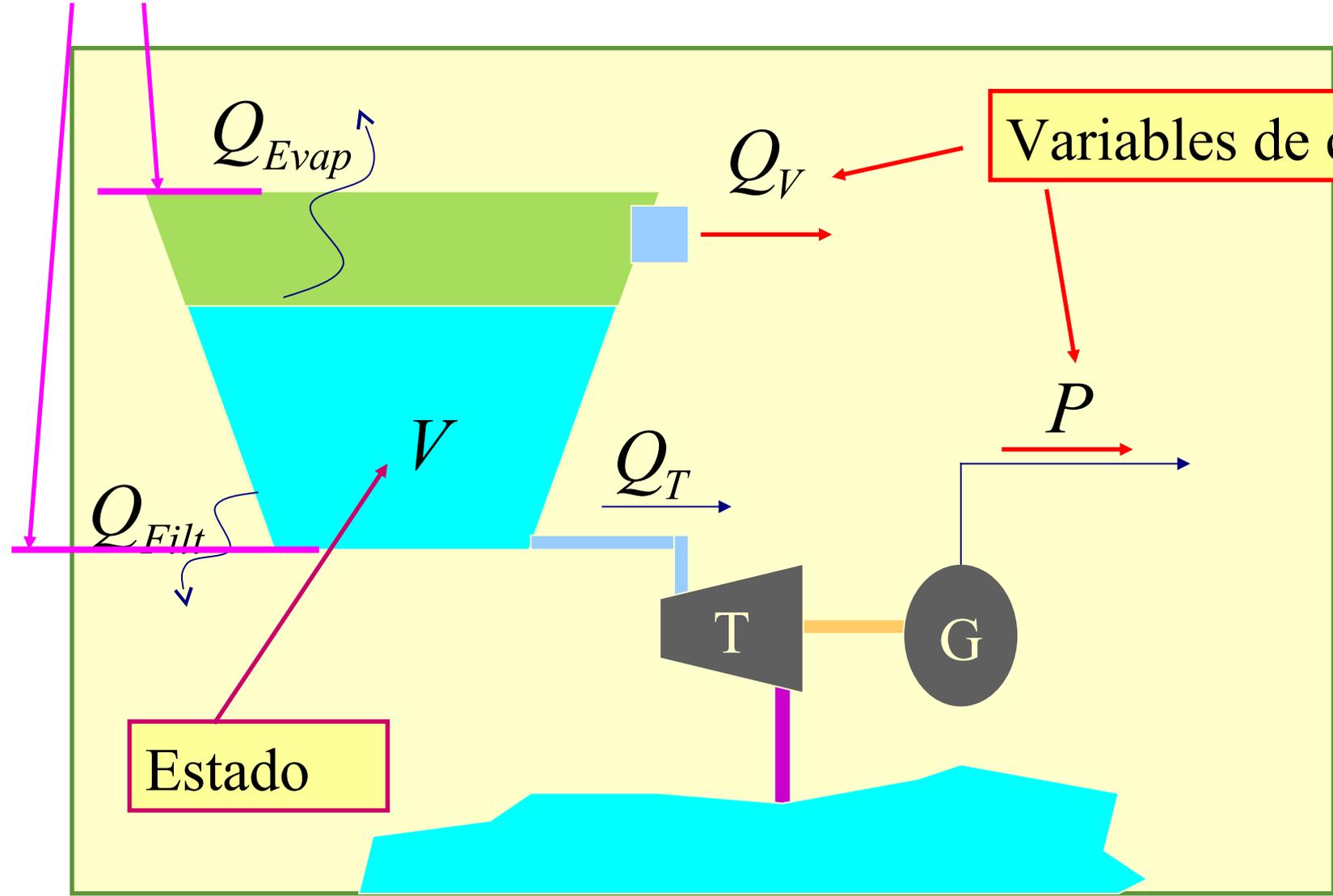
$$P = ce(h) \cdot Q$$

Restricciones

Central con embalse

Variables de control

Estado



Central con embalse

$$V_{k+1} = V_k + (Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}) \Delta T$$

$$0 \leq V_{k+1} \leq V_{m\acute{a}x}$$

$$Q_T = P / ce(h)$$

$$Costo = \dots + cva \cdot (Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt}) \Delta T + \dots$$

$$cva = - q \cdot \frac{\partial CF(x_k, k+1)}{\partial V}$$

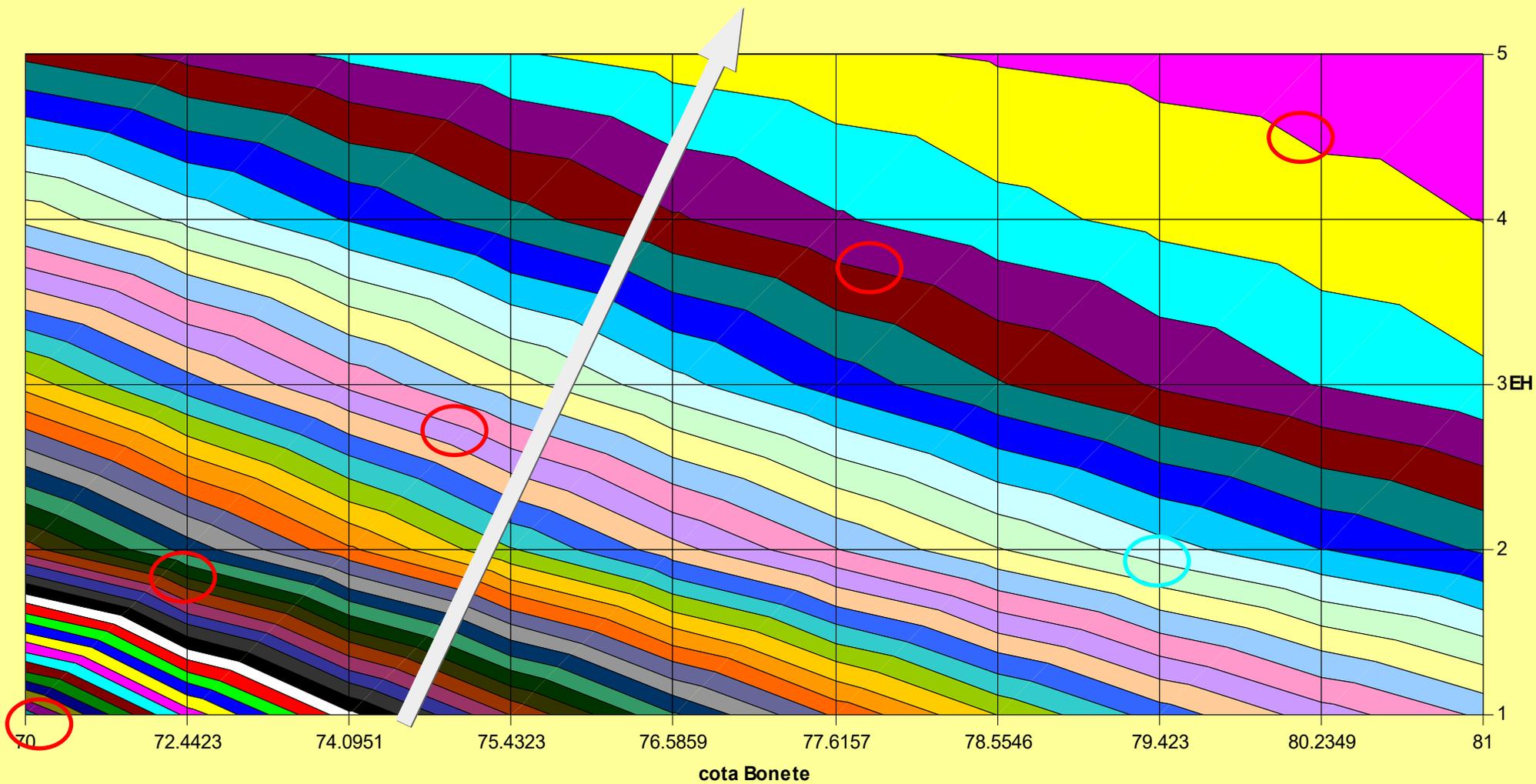
$$x_k^T = [x_{1,k}, x_{2,k}, \dots, V_k, \dots]$$

Central con embalse

- Curva cota-volumen.
- Curva de vertimiento admisible.
- Restricción de mínimo caudal erogado.

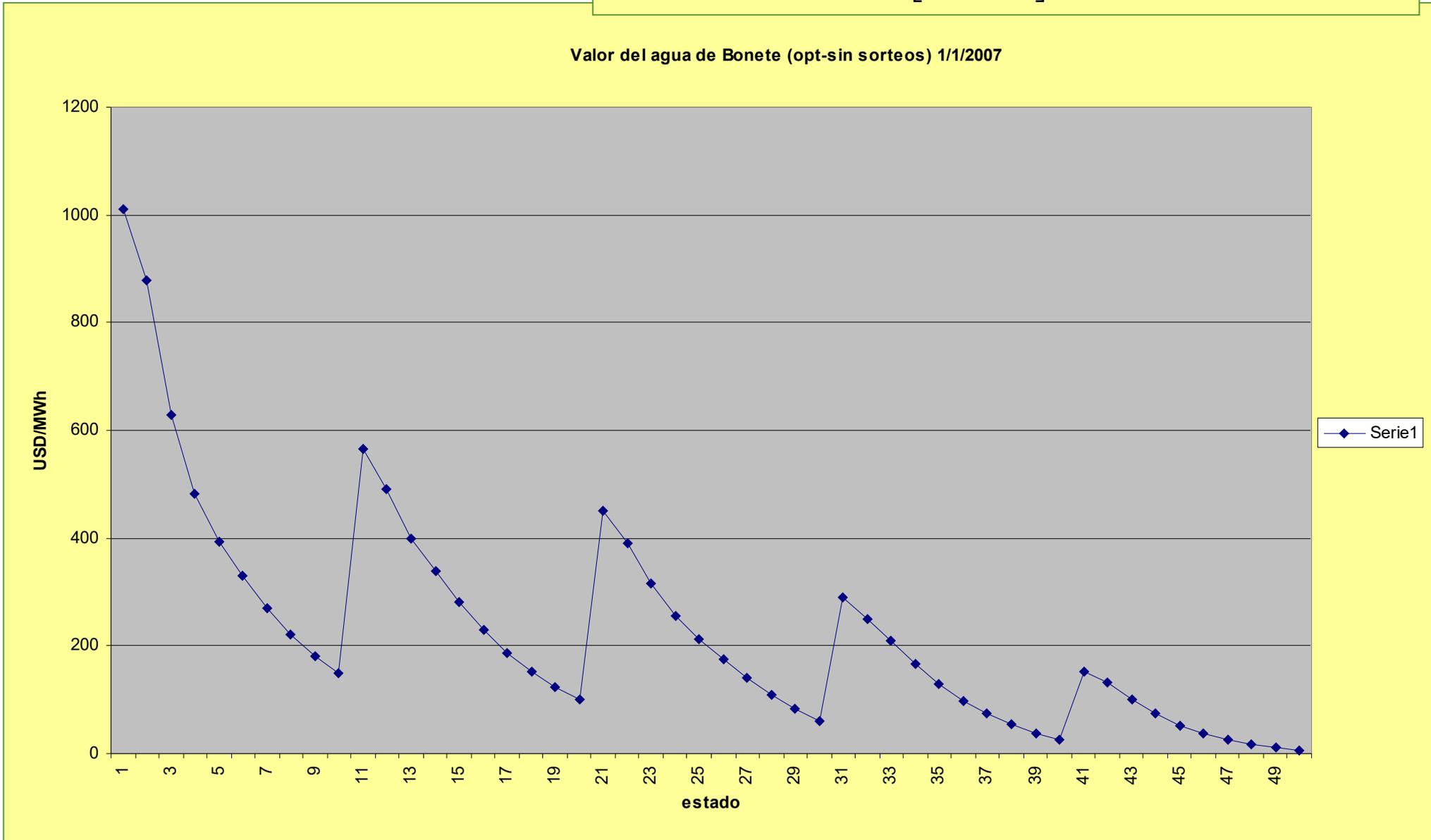
Ejemplo CF(Bonete, EH)

CF(1/1/2007-31/7/2009)



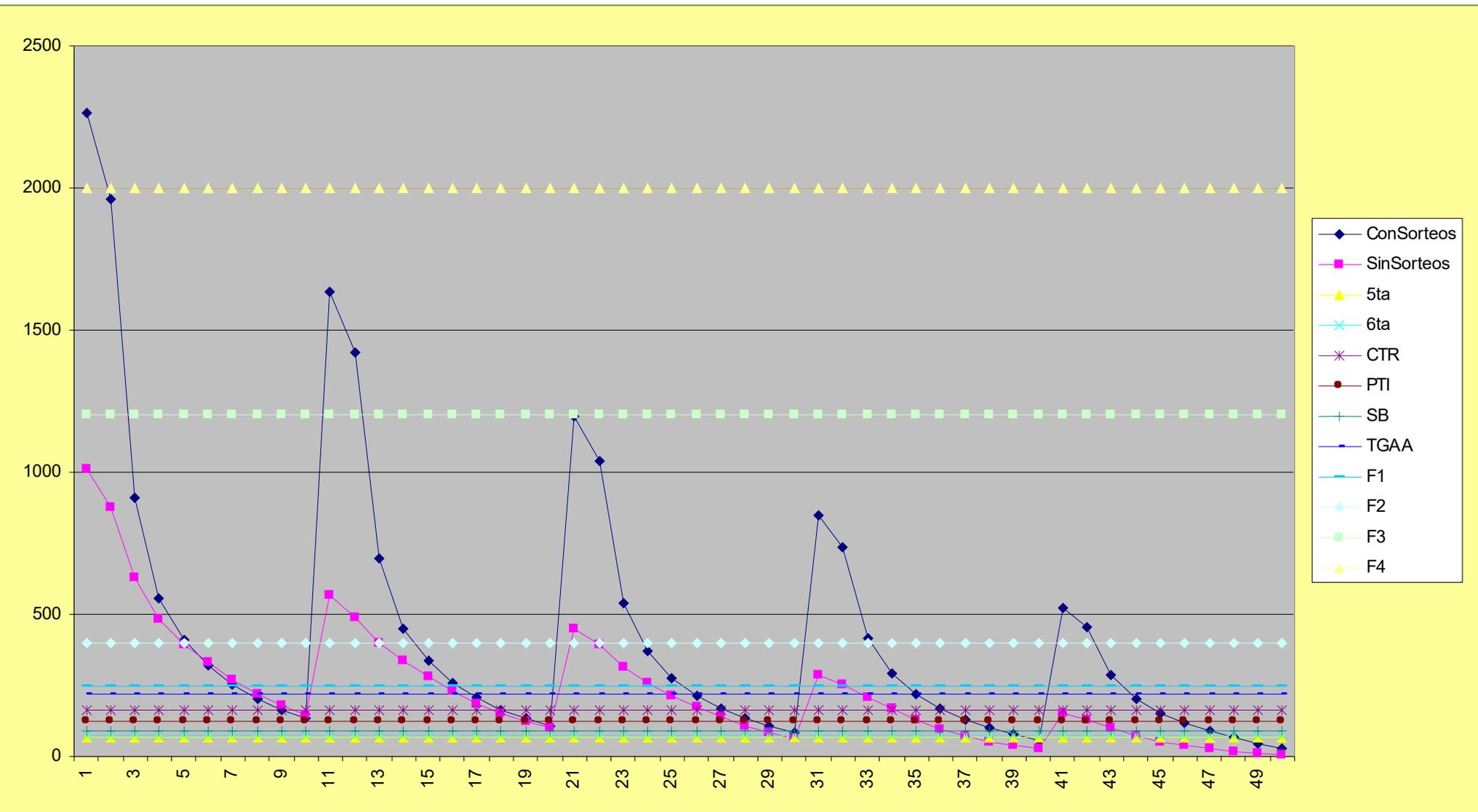
Ejemplo Valor del Agua (Bonete, EH)

$$\text{valor del agua} \left[\frac{\text{USD}}{\text{m}^3} \right] = - \frac{\partial CF(x, k+1)}{\partial x}$$



Optimización Con-Sorteos vs. Sin-Sorteos.

Valor del Agua de Bonete vs. máquinas del Sistema.

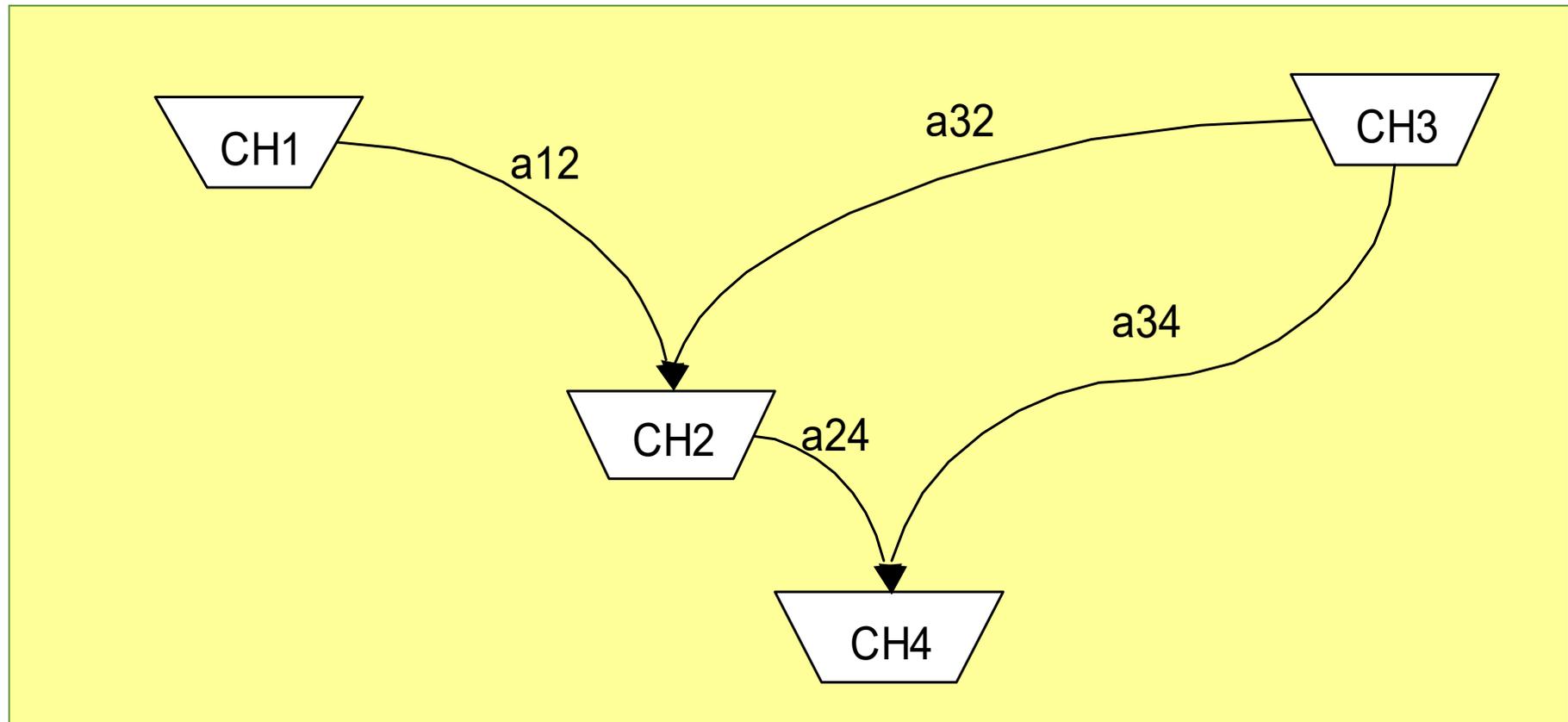


Pérdida de salto efectivo por caudal erogado

Aproximación en SimSEE:

$$dh(QE) = caQE * QE + cbQE * QE^2$$

Encadenamiento de centrales hidroeléctricas.



Control del vertimiento y erogado en SimSEE.

SimSEE permite:

- Fijar el vertimiento máximo en función del volumen almacenado.
- Especificar restricciones de caudal erogado mínimo.
- Especificar restricciones de caudal vertido mínimo.

Erogado mínimo

- Puede ser necesario para garantizar un nivel mínimo aguas abajo. Navegabilidad – Toma de aguas.
- Por control de crecidas – Protección de la presa.
- Para mantener condiciones ambientales del río.