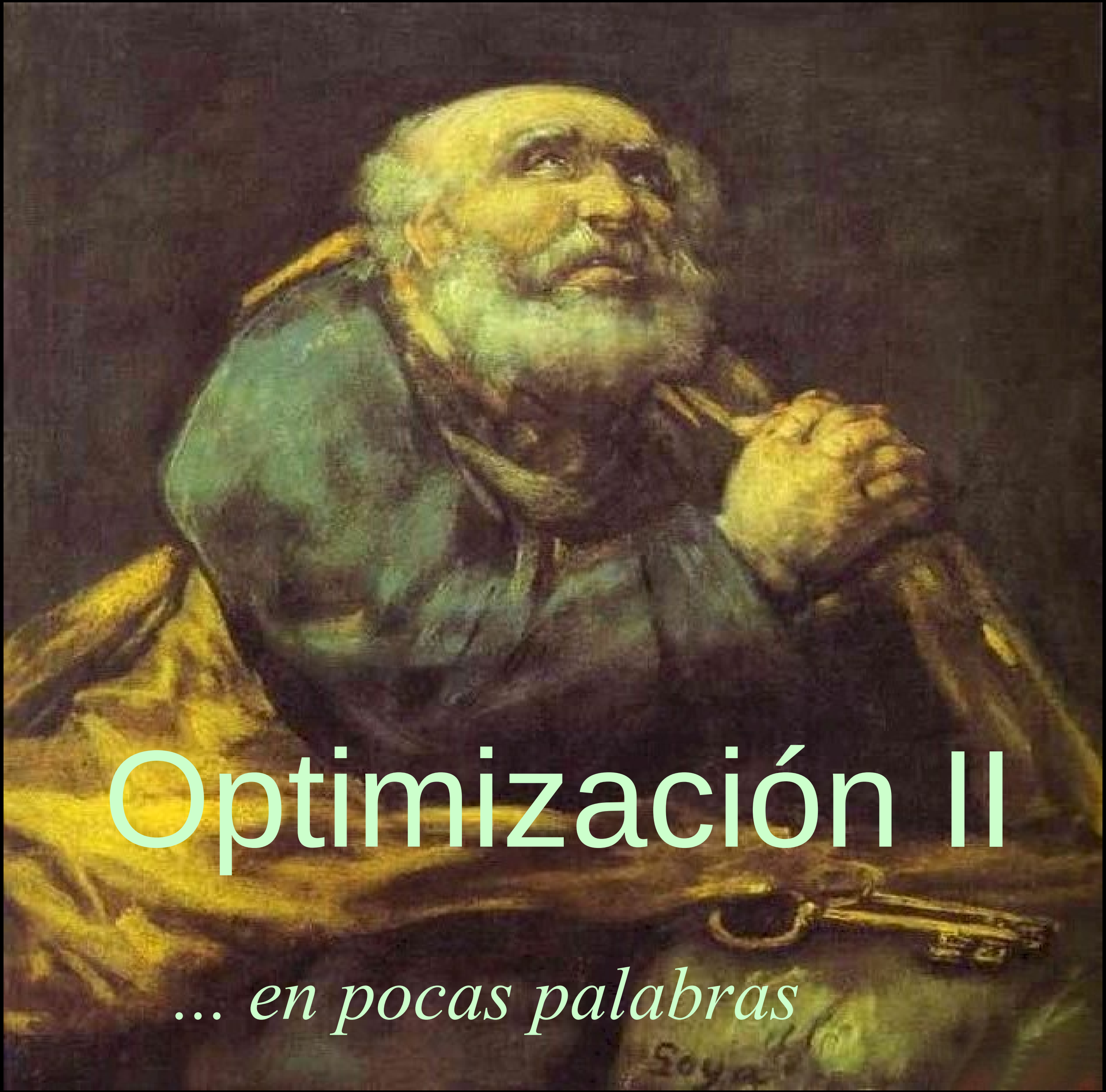


Optimización II

... en pocas palabras

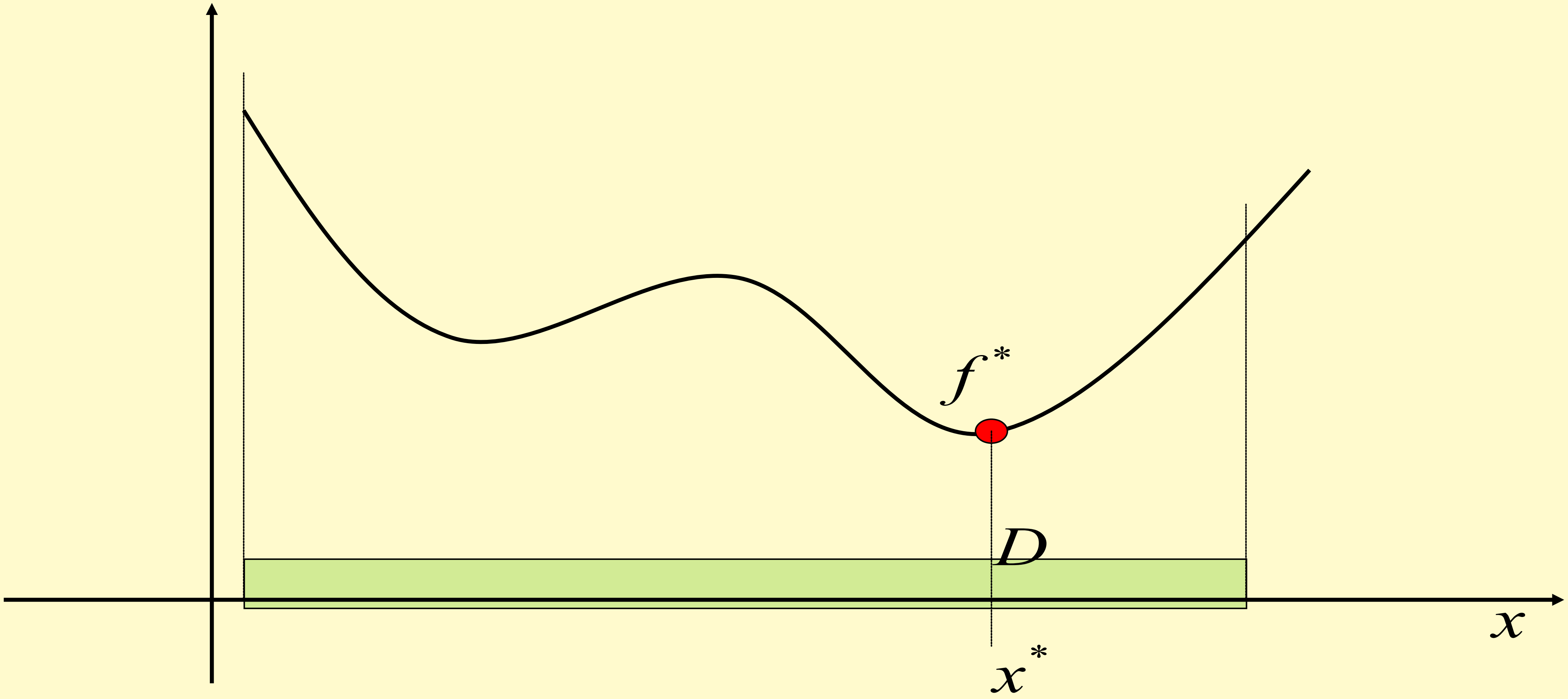
Planteo del PROBLEMA

$$\min_{x \in D} f(x)$$

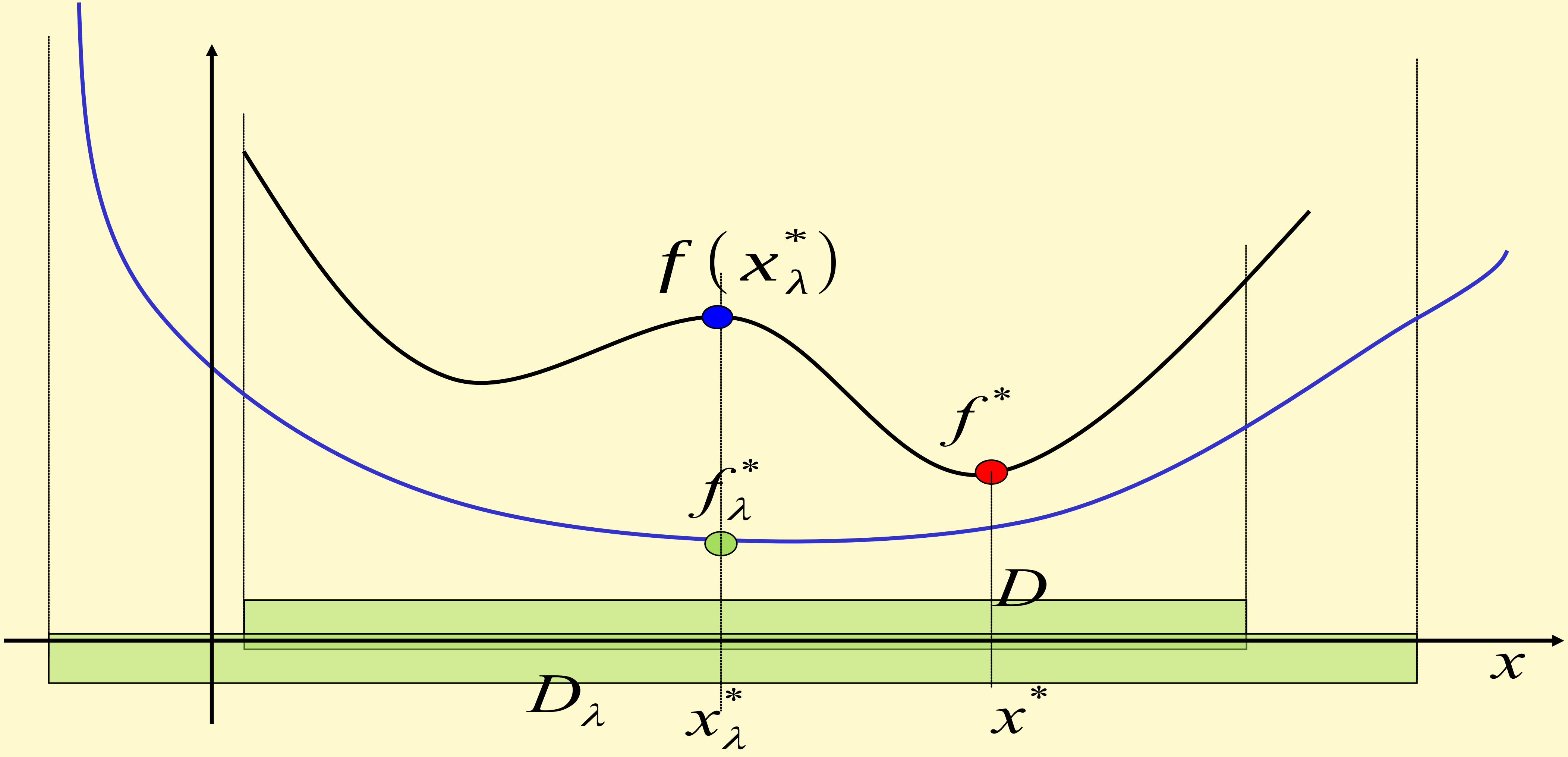
$f : D \rightarrow R$ Función de costo

$D \subset R^n$ Dominio

Relajación paramétrica
Problema ORIGINAL

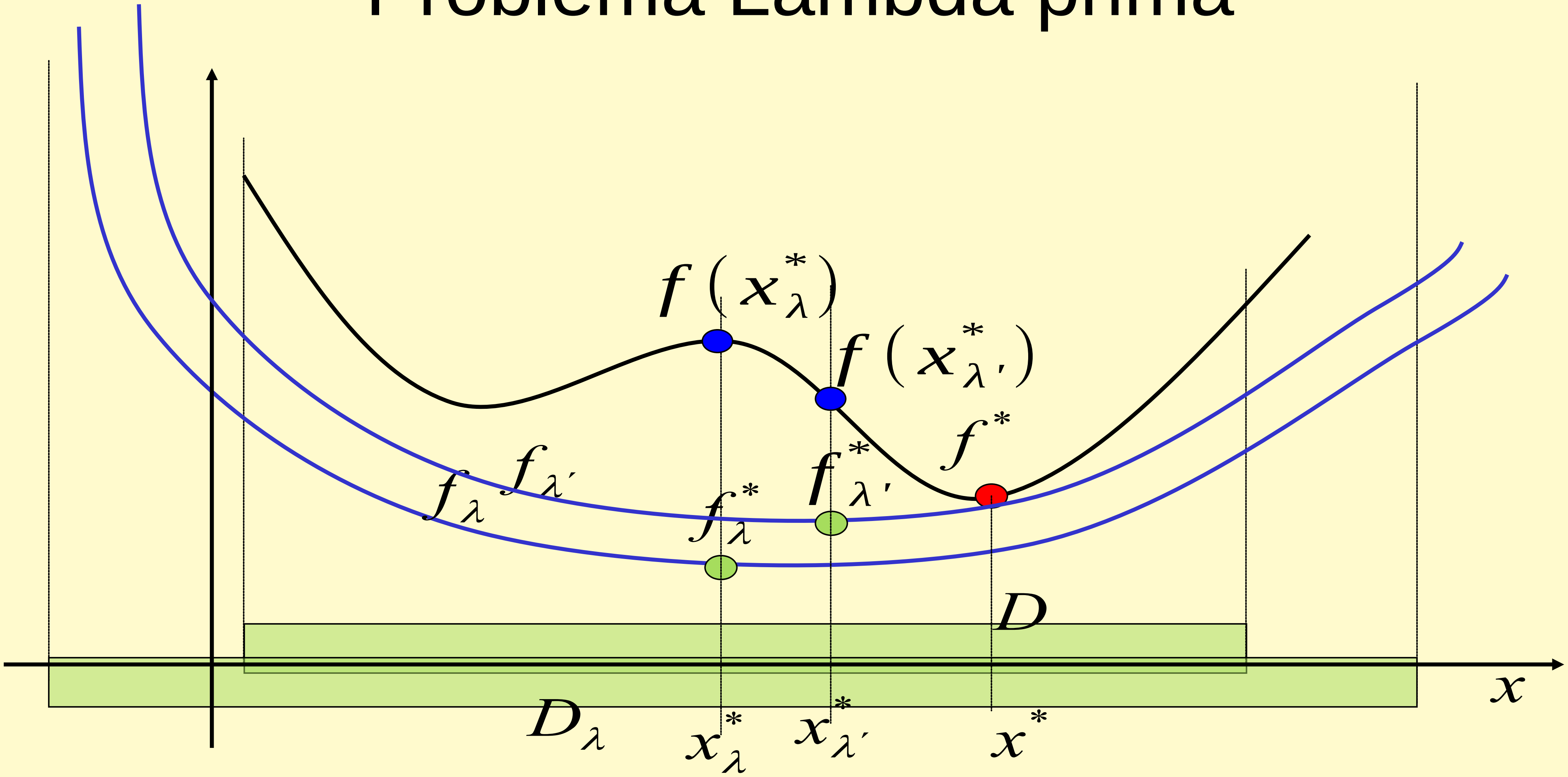


Relajación paramétrica
Problmema Lambda



Relajación paramétrica
Problema Lambda prima

SimSEE



Relajación paramétrica

$$f^*_\lambda = f_\lambda\left(x^*_\lambda\right) = \min_{x \in D_\lambda} f_\lambda(x)$$

$$f^* = f\left(x^*\right) = \min_{x \in D} f(x)$$

Si $x^*_\lambda \in D$ puedo escribir:

$$f\left(x^*_\lambda\right) \geq f\left(x^*\right) \geq f_\lambda\left(x^*_\lambda\right)$$

La mejor cota inferior de la solución del problema la tengo para la máxima solución de la relajación.

Mejor cota inferior

$$\max_{\lambda} f^{*}_{\lambda} = \max_{\lambda} \left(\min_{x \in D_{\lambda}} f_{\lambda}(x) \right)$$

Si $f(x^{*}_{\lambda}) = f_{\lambda}(x^{*}_{\lambda})$

Encontramos el mínimo del problema original.

SimSEE

Ejemplos de aplicación:

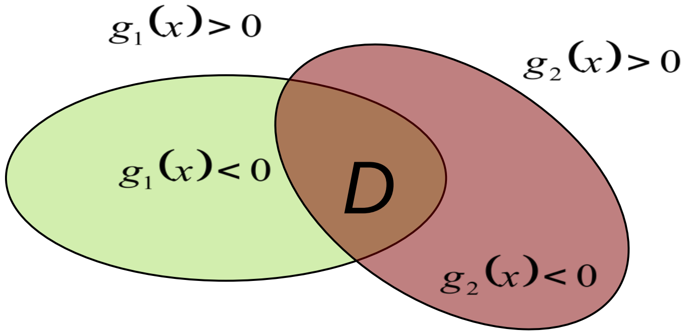
- MIPSimplex usado para los modelos de máquinas con mínimos técnicos.
- Relajación Lagrangiana
- Aproximación de la función de Costo Futuro al fin del paso por hiperplanos tangentes inferiores.

SimSEE

Relajación de restricciones difíciles, método la Lagrange

$$\min_{x \in D} f(x)$$

$$D = \left[\bigcap_{i=1}^{i=NRD} \{ x / g_i(x) < 0 \} \right] \cap \left[\bigcap_{i=1}^{i=NRI} \{ x / h_i(x) = 0 \} \right]$$



Ejemplo relajando una restricción de igualdad

$$\underset{x \in D}{\text{mín}}\; f(x) + \beta_k h_k(x)$$

$$D = \left[\bigcap_{i=1}^{i=NRD} \{ x / g_i(x) < 0 \} \right]$$

$$\cap \left[\bigcap_{i \neq k} \{ x / h_i(x) = 0 \} \right]$$

SimSEE

Ejemplo relajando una restricción de desigualdad

$$\underset{x \in D}{\text{mín}}\, f(x) + \lambda_k g_k(x)$$

$$D = \left[\bigcap_{i \neq k} \{ x / g_i(x) < 0 \} \right]$$

$$\cap \left[\bigcap_{i=1}^{i=NRI} \{ x / h_i(x) = 0 \} \right]$$

$$\cap \{ \lambda \geq 0 \}$$

SimSEE

Lagrangiana

$$L(x,\lambda_1,..\lambda_{NRD},\beta_1,..\beta_{NRI}) = f(x) + \sum_{i=1}^{i=NRD} \lambda_i g_i(x) + \sum_{i=1}^{i=NRI} \beta_i h_i(x)$$

Problema relajado.

$$\begin{cases} \min_x L(x,\lambda_1,..\lambda_{NRD},\beta_1,..\beta_{NRI}) \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases}$$

Obs: Relajamos todas las restricciones y por eso x nos quedó libre, pero podríamos relajar algunas restricciones y otras no, con lo cual x nos quedaría acotada a un dominio D resultante de las restricciones no-relajadas.

$$\max_{\lambda_i,\beta_i}\left(\min_{x}\left(L\left(x,\lambda_1,\ldots\lambda_{NRI},\beta_1,\ldots,\beta_{NRD}\right)\right)\right)$$

$$@\,\lambda_i \geq 0$$

SimSEE

Implementación del problema de despacho con la recursión de Bellman

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

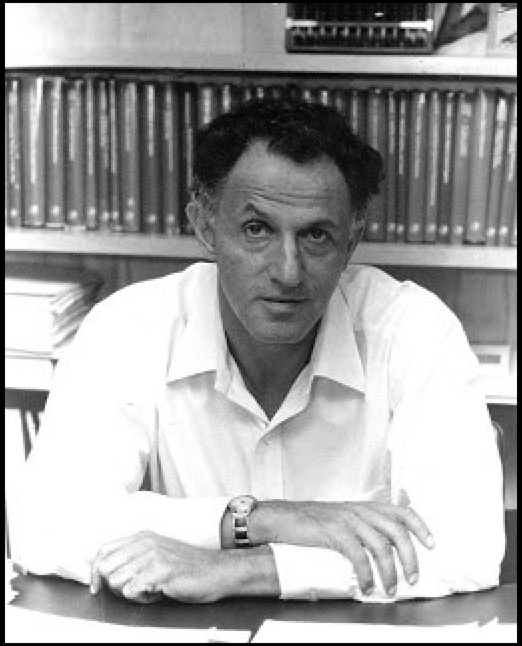
FACULTAD DE INGENIERIA

r_k
$\acute{X}$
$\acute{X}$
$\acute{X}$
u_k
X_k

SimSEE

- *Dynamic Programming* 1957

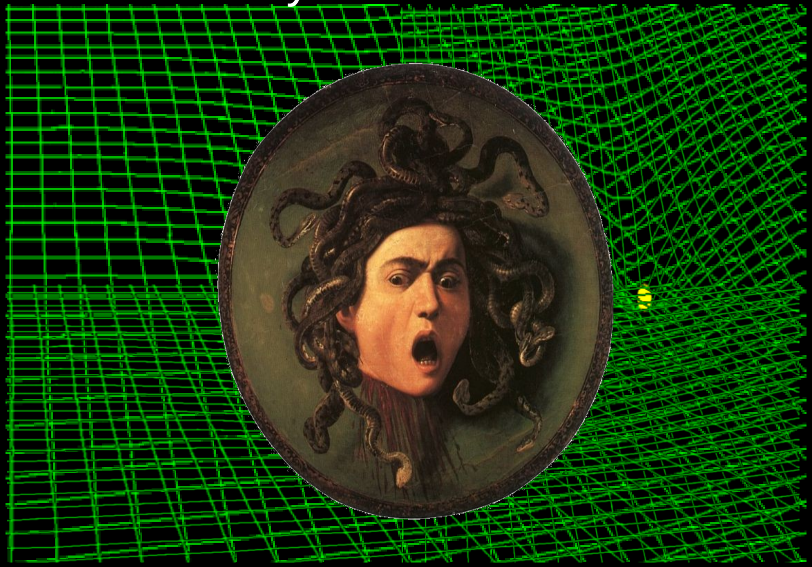
Bellman recursion



Richard Ernest Bellman (1920–1984)

$$CF(X,k) = \left\langle \min_{u_k} \left\{ ce(X, u_k, r_k, k) + q\, CF(X_{k+1}, k+1) \right\} \right\rangle_{\{r_k, r_k+1, \dots\}}$$

Bellman's Curse of Dimensionality



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

FACULTAD DE INGENIERIA

Linealización del Problema

$$CF(x,k) = \left\langle \min_{u_k} \left(CE(x, u_k, r_k, k) + q \cdot CF(x', k+1) \right) \right\rangle_{r_k}$$

$$x' = f(x, u_k, r_k) = x + \delta x$$

$$CF(x', k+1) = CF(x, k+1) + \frac{\partial}{\partial x} CF(x, k+1)^T \cdot \delta x + o^2$$

Resolución de un paso

$$\underset{x}{máx}\left(-\sum_{j=1}^{j=nv} c_j \cdot u_j \right)$$

$$sujeto\ a:$$

$$RD_i): \sum_{j=1}^{j=nv} a_{ij} \cdot u_j + b_i \geq 0 \ ; \ i=1..NRD$$

$$RI_l): \sum_{j=1}^{j=nv} a_{lj} \cdot u_j + b_l = 0 \ ; \ l=1..NRI$$

SimSEE

Tabla del problema.

Restricciones		Variables de control					
		u1	**u2**	**…**	**unv**	**1**	
	R1	a11	a12	…	a1nv	b1	**>=0**
	R2	a21	a22	…	a2nv	b2	**=0**
	…	…	…	…	…	…	**…**
	RM	am1	am2	…	amnv	bm	**>=0**
	-fc	-c1	-c2	…	-cnv		

m= NRD+NRI

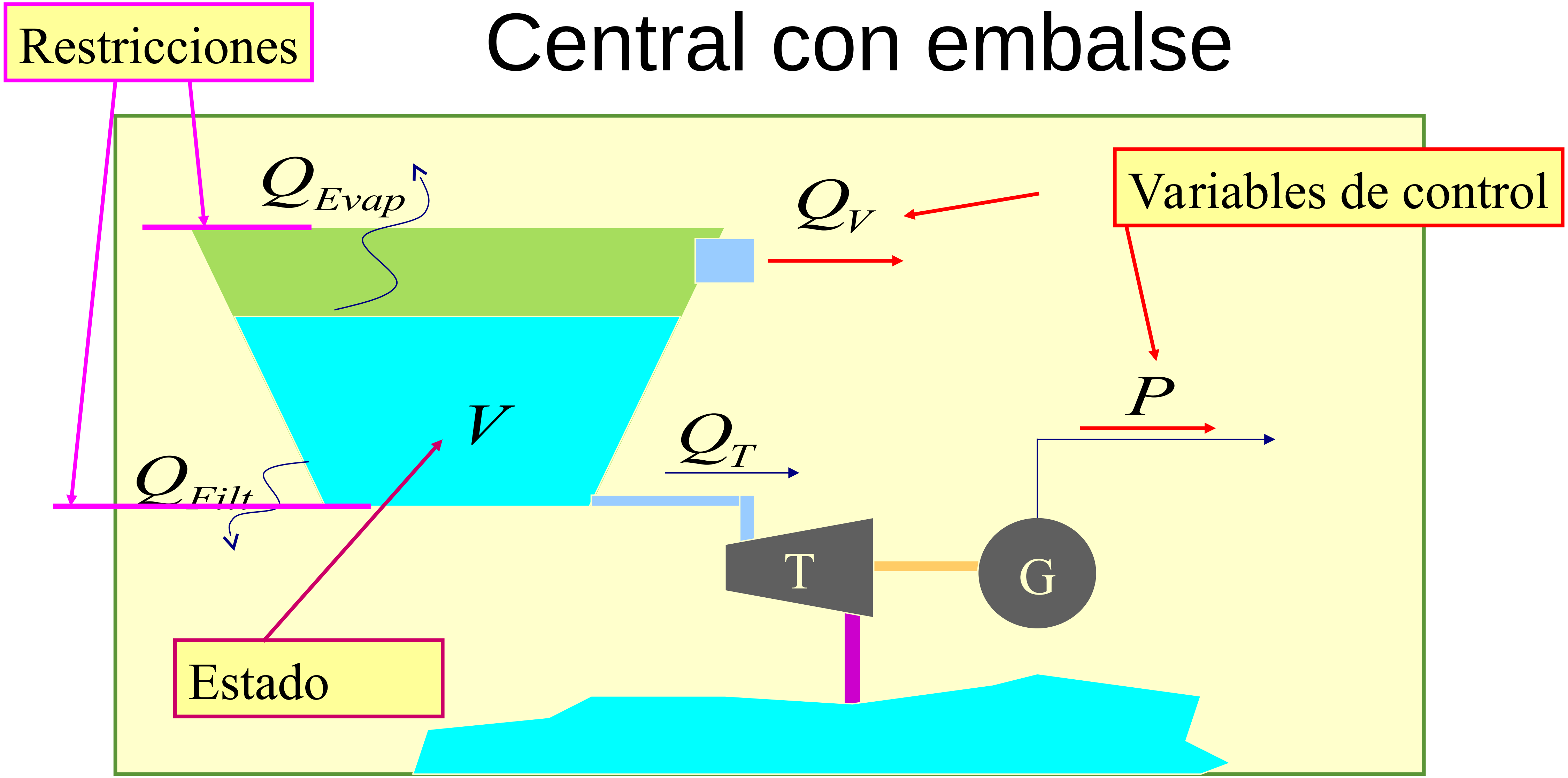
Tipo de restricción (Desigualdad o Igualdad).
Restricciones de caja.

Recorrida de carga del MIPSimplex

Variables de control / Restricciones

	u1	u2	...	unv	1	
R1	a11	a12	...	a1nv	b1	>=0
R2	a21	a22	...	a2nv	b2	=0
...	...	...	...	...	...	...
RM	am1	am2	...	amnv	bm	>=0
-fc	-c1	-c2	...	-cnv		

Central con embalse



Central con embalse

$$V_{k+1} = V_k + \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt} \right) \Delta T$$

$$0 \le V_{k+1} \le V_{máx}$$

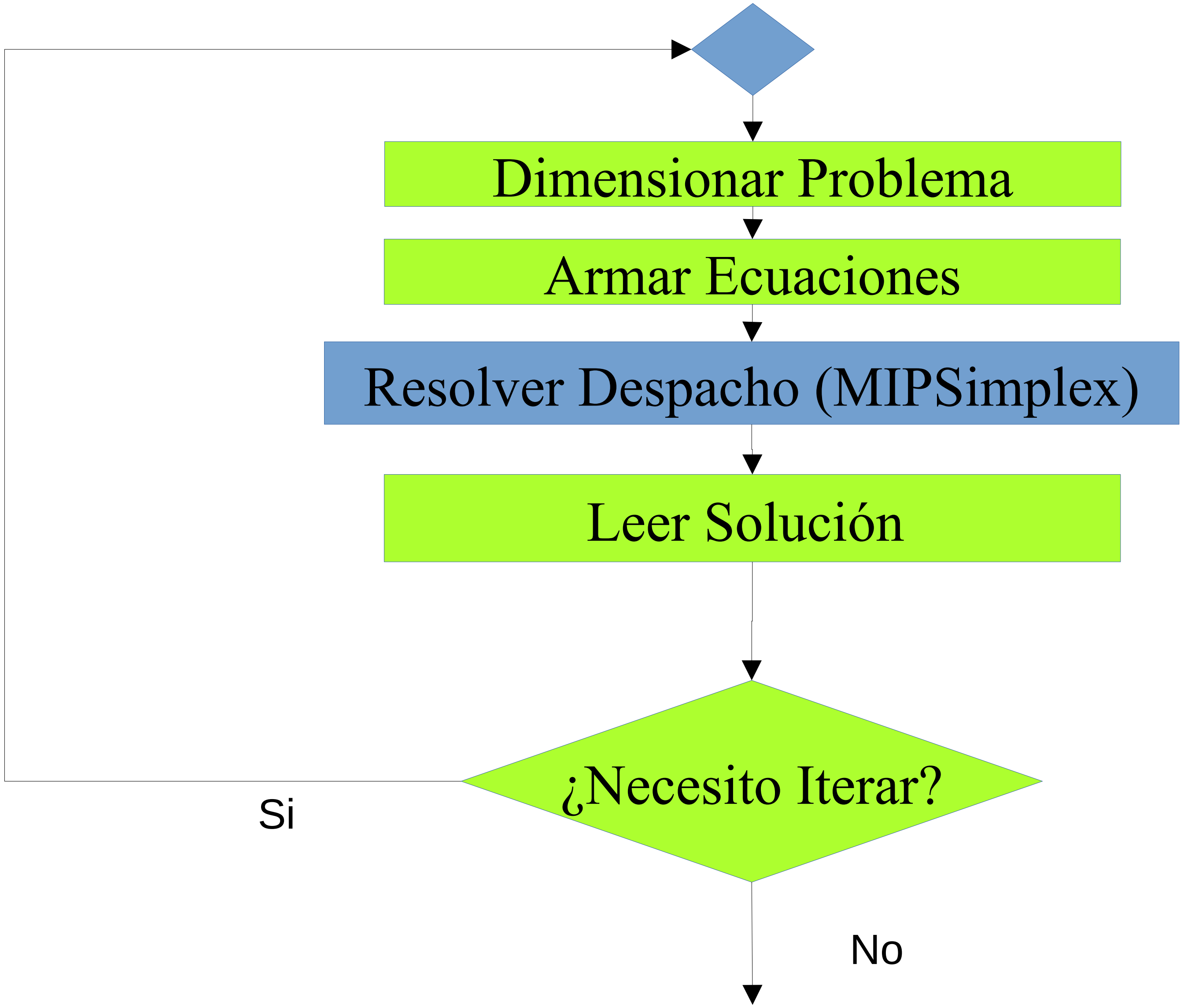
$$Q_T = P \big/ ce(h)$$

$$Costo = \ldots + cva \cdot \left(Q_A - Q_T - Q_V - Q_{Evap} - Q_{Filt} \right) \Delta T + \ldots$$

$$cva = -q \cdot \frac{\partial CF(x_k, k+1)}{\partial V}$$

$$x_k^T = [x_{1,k}, x_{2,k}, \ldots, V_k, \ldots\ldots]$$

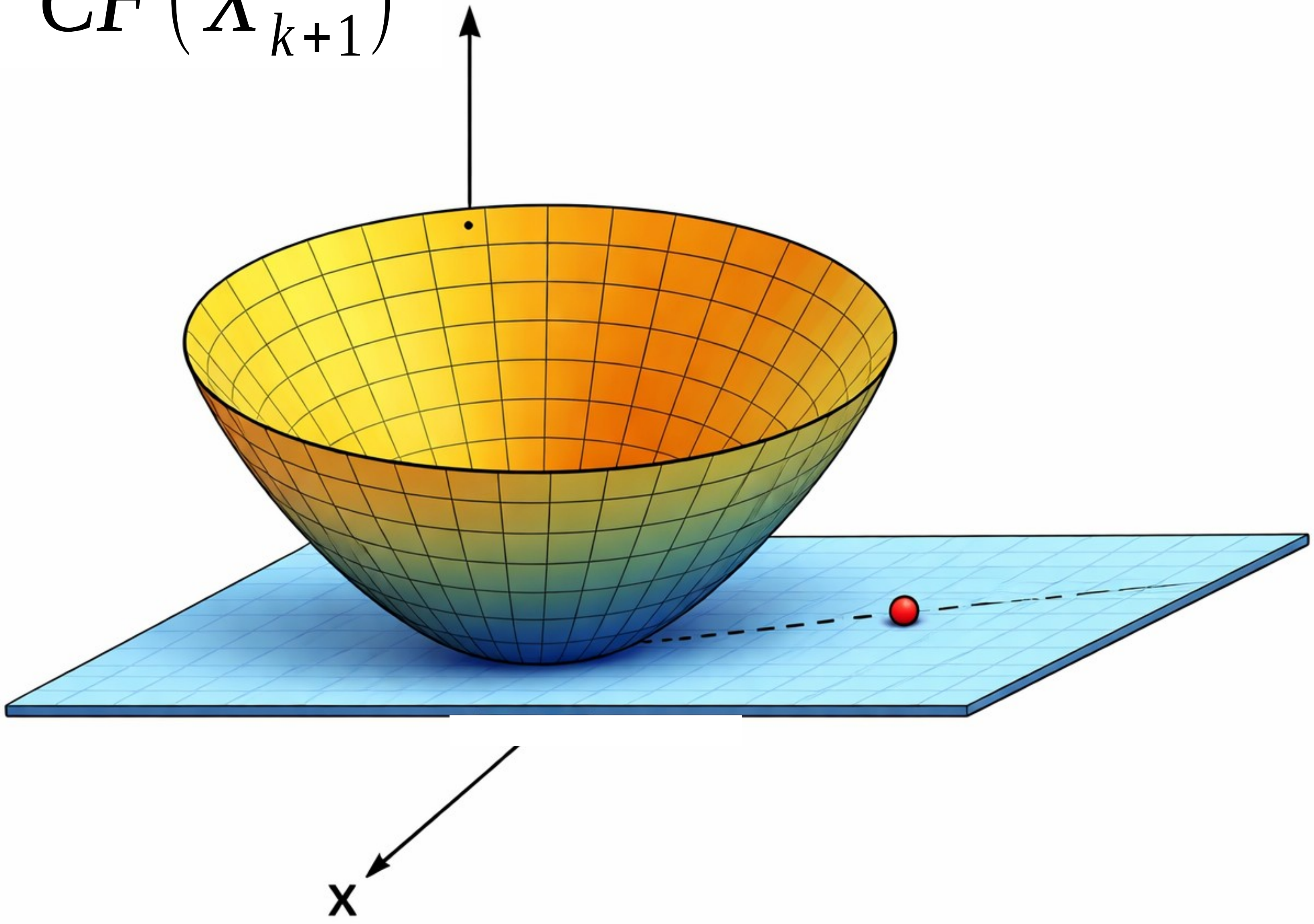
Resolución de un paso de tiempo



Implementación Clásica

Actor			Hidro1	Hidro1	...	...	todos		
u			P	Vert.	...	...	Término independiente		
Cota Inf.			0	0			1		Cajas
Cota Sup.			PMax	Vert_Max			1		Cajas
....	-...	...			...	...			Restricciones
RN			1	0				=0	Restricciones
V_{k+1} > 0			-1/ce(h) *dt	-1			V_k + VAporte_k	>=0	Restricciones
V_{k+1} < VMax			-1/ce(h) *dt	-1			(V_k + VAporte_k) – VMax	<= 0	Restricciones
....									Restricciones
....									Restricciones
-Costo			-1/ce(h) * cva *dt	-cva					objetivo

$$CF(X_{k+1})$$



Implementación ICF

					X_{k+1}					
Actor			Hidro1	Hidro1	Hidro1		ICF	...	todos	
u			P	Vert.	V_{k+1}		CF’	...	Término independiente	
Cota Inf.			0	0	0		-Inf.		1	Cajas
Cota Sup.			PMax	Vert_Max	V_Max		+Inf.		1	
....	-...	...					...	...		
RN			1	0						=0
V_{k+1} = V_k – Turb. -Vert. + Aporte			**-1/ce(h) *dt**	**-1**	**-1**				**V_k + VAporte_k**	**0**
CF > h0 + sum (cj xj)					-cxj		1		-h0	>=0
										Restricciones
....										
....										
-Costo							-1			objetivo

Hiperplanos CF

$$X_{k+1} = f(X_k, u_k, r_k, k) \simeq f_0 + \sum a_{kj} u_{kj}$$

$$CF(X_{k+1}) \geq c_{0i} + \sum_j c_{ji} u_j ; i = 1, 2, ... N_{Iters}$$